

Invloed

Bij verkiezingen wordt vaak gekeken naar het **opkomstpercentage**, het percentage van de stemgerechtigden dat een stem uitbrengt.

In de periode 1986-1998 daalde het opkomstpercentage voor de Tweede Kamerverkiezingen voortdurend. In 1986 brachten 9 199 621 van de 10 727 701 stemgerechtigden hun stem uit, in 1998 waren dat er 8 919 787 van de 11 112 189.

- 2p 1 Laat zien dat het opkomstpercentage in de periode 1986-1998 inderdaad is afgenomen.

Eén van de redenen die vaak genoemd wordt om niet te gaan stemmen is 'het gevoel geen invloed te hebben'.

Het vervolg van deze opgave gaat over invloed bij beslissingen die via een stemming tot stand komen.

Als voorbeeld bekijken we een groep van 9 personen, die bij meerderheid mogen beslissen over het al dan niet aanvaarden van een voorstel.

Eén van hen is Johan. Hij vraagt zich af hoe groot de kans is dat zijn stem de doorslag geeft. Johans stem is doorslaggevend als van de andere groepsleden er 4 voor het voorstel en 4 tegen het voorstel stemmen.

We gaan uit van de volgende veronderstellingen:

- ieder lid van de groep brengt zijn stem uit;
- ieder lid van de groep heeft dezelfde kans p om vóór het voorstel te stemmen.

- 4p 2 Bereken de kans dat Johans stem doorslaggevend is als $p = 0,8$.

We bekijken nu een groep van 11 personen. De kans dat Johans stem de doorslag geeft, is dan $P_{\text{Johan}} = 252 \cdot p^5 \cdot (1-p)^5$. Ook hier heeft ieder lid van de groep dezelfde kans p om vóór het voorstel te stemmen.

- 3p 3 Onderzoek bij welke waarde van p de kans dat Johans stem doorslaggevend is, maximaal is.

De kans P_{Johan} dat Johans stem doorslaggevend is bij een dergelijke stemming hangt af van het aantal medestemgerechtigden en van de waarde van p .

We gaan vanaf nu uit van een situatie met $2n$ medestemgerechtigden en $p = 0,5$.

De bedoelde kans is dan gelijk aan $P_{\text{Johan}} = \binom{2n}{n} \cdot 0,5^{2n}$.

Voor grote waarden van n kun je deze kans goed benaderen met de volgende formule:

$$P_{\text{Johan}} \approx \frac{0,564}{\sqrt{n}}$$

- 4p 4 Bereken hoe groot het verschil is tussen de benaderde kans en de echte kans als er 50 medestemgerechtigden zijn.

Naarmate een groep groter wordt, neemt de kans dat Johans stem beslissend is natuurlijk af.

We bekijken dit verschijnsel bij de formule $P_{\text{Johan}} \approx \frac{0,564}{\sqrt{n}}$.

Johan vraagt zich af wat er gebeurt met de kans dat zijn stem doorslaggevend is als de groep medestemgerechtigden groter wordt.

- 3p 5 Beredeneer hoeveel keer zo klein deze kans wordt als het aantal medestemgerechtigden vier keer zo groot wordt.