

Boomgroei

3. Eerst kijk je hoeveel de Amerikaanse eik in het vierde levensjaar groeit. Hierbij kijk je naar het verschil in hoogte op $t = 3$ en $t = 4$. Om de formule voor de hoogte van de Amerikaanse eik als functie van de tijd te krijgen vul je $a = 29,026$, $b = 0,9790$ en $c = 0,80820$ in in de formule van Chapman-Richards. Je krijgt dan:

$$h = 29,026 \cdot (1 - 0,9790^t)^{0,80820}$$

Als je hier $t = 3$ en $t = 4$ invult, krijg je hoogtes van respectievelijk 305,5 cm en 382,2 cm.

Het verschil hiertussen is $382,2 - 305,5 \approx 77$ cm.

Voor de zomereik doe je nu exact hetzelfde. De formule voor de hoogte van de zomereik als functie van de tijd is al gegeven. Als je hier $t = 3$ en $t = 4$ invult krijg je hoogtes van respectievelijk 171,7 cm en 225,2 cm.

De toename in hoogte van de zomereik is dus $225,2 - 171,7 \approx 54$ cm.

Nu kun je zien dat de Amerikaanse eik in het vierde levensjaar $77 - 54 = 23$ cm meer groeit dan de zomereik. Dit is dus inderdaad ruim 20 cm.

4. Om deze vraag te beantwoorden moet je eerst de formules voor de lengtes voor beide eikensoorten als functie van de tijd opstellen. De formule voor de lengte van de zomereik is in de opgave al gegeven, namelijk:

$$h_{\text{zomereik}} = 39,143 (1 - 0,9867^t)^{0,96667}$$

Om dezelfde formule voor de Amerikaanse eik te vinden vul je $a = 29,026$, $b = 0,9790$ en $c = 0,80820$ in in de formule van Chapman-Richards, die in de opgave staat. Je krijgt dan:

$$h_{\text{Amerikaanse eik}} = 29,026 (1 - 0,9790^t)^{0,80820}$$

Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$39,143 (1 - 0,9867^t)^{0,96667} = 29,026 (1 - 0,9790^t)^{0,80820}$$

Deze vergelijking kun je oplossen met de GR. Op de Ti-84 plus voer je daarvoor de volgende twee formules in:

$$y_1 = 39,143 (1 - 0,9867t)^{0,96667}$$

$$y_2 = 29,026 (1 - 0,9790t)^{0,80820}$$

Vervolgens gebruik je de functie `calc intersect` om het snijpunt van deze twee formules te vinden. Je vindt dan $t \approx 63$ jaar. De zomereik is dus na 63 jaar groter dan de Amerikaanse eik.

5. De formule voor de hoogte van een zomereik met onbekende a is als volgt:

$$h = a (1 - 0,9867^t)^{0,96667}$$

Als je hier invult dat $t = 10$ krijg je dat de hoogte van een zomereik van 10 jaar oud gelijk is aan

$$a (1 - 0,9867^{10})^{0,96667} \approx 0,13430a.$$

De zomereik waar het hier om gaat heeft als hij 10 jaar oud is een hoogte van 6,18 m. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$0,13430a = 6,18$$

$$a = \frac{6,18}{0,13430} \approx 46$$

6. Eerst vul je $t = 0$ in in de formule van Chapman-Richards. Je krijgt dan:

$$h = a \cdot (1 - b^0)^c$$

$b^0 = 1$, dus:

$$h = a \cdot (1 - 1)^c = a \cdot 0 = 0$$