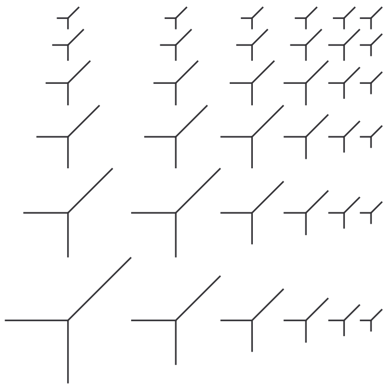
Regelmaat

figuur 1



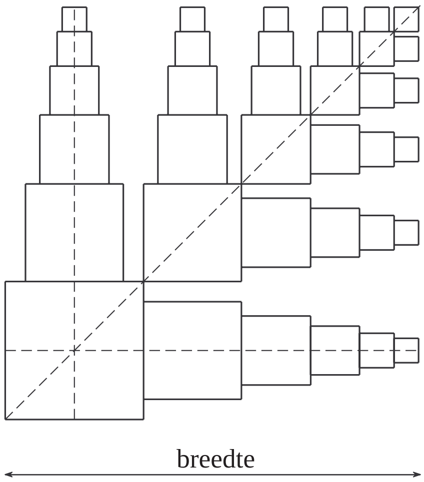
De Duitse kunstenaar Alfons Kunen heeft als voorstudie voor kunstwerken met het thema “geconstrueerde groei” het patroon van figuur 1 getekend.

Alle figuurtjes in figuur 1 hebben dezelfde vorm. Het figuurtje linksonder is het grootst. Uitgaande van dit figuurtje worden in horizontale, verticale en diagonale richting de figuurtjes steeds kleiner volgens een vaste regelmaat.
We kijken hiervoor naar de onderste rij. Het langste lijnstukje van het grootste figuurtje is in werkelijkheid 78 mm. Het overeenkomstige lijnstukje in het figuurtje direct rechts hiervan is 0,71 keer zo groot, dus in werkelijkheid ongeveer 55 mm. Er geldt de volgende regelmaat: als je één figuurtje naar rechts gaat, worden de afmetingen met 0,71 vermenigvuldigd.
Deze regelmaat kan natuurlijk verder naar rechts worden voortgezet. Op den duur worden de figuurtjes in de rij te klein om nog te kunnen tekenen.

4p **11** Bereken hoeveel figuurtjes er in deze rij zijn waarvan het langste lijnstukje in werkelijkheid langer is dan 2 mm.

Als basis voor het patroon van figuur 1 heeft de kunstenaar een rooster gebruikt van steeds kleiner wordende vierkanten. Zo’n rooster noemen we een **basisrooster**. Zie figuur 2.

figuur 2



De lengte van de zijden van de vierkanten neemt op dezelfde wijze af als bij de figuurtjes in figuur 1: de lengte van de zijden wordt telkens met 0,71 vermenigvuldigd.
Die vermenigvuldigingsfactor 0,71 is afgerond. Kunen heeft ervoor gezorgd dat de oppervlakte van elk nieuw vierkant in een horizontale rij steeds de helft is van die van het vorige vierkant. Met behulp van deze voorwaarde is de vermenigvuldigingsfactor nauwkeuriger te berekenen.

4p **12** Bereken de vermenigvuldigingsfactor in vier decimalen nauwkeurig.

We bekijken nu een basisrooster waarbij het grootste vierkant een zijde van z mm heeft. In figuur 2 is aangegeven wat met de totale breedte van een basisrooster bedoeld wordt.
Voor de totale breedte B (in mm) van een basisrooster van n bij n vierkanten geldt de formule $B = z + z \cdot 0,71 + z \cdot 0,71^2 + \ldots + z \cdot 0,71^{n-1}$.
Hierin is z de lengte (in mm) van de zijde van het grootste vierkant.
Deze formule kan voor elke waarde van z worden geschreven als:

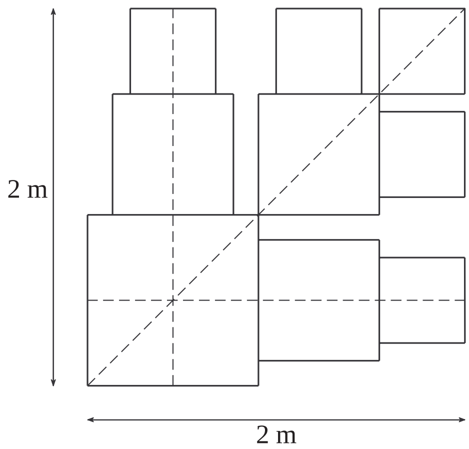
$$B = z \cdot \frac{1 - 0,71^n}{0,29}$$

3p **13** Leg uit dat de formule $B = z \cdot \dfrac{1 - 0,71^n}{0,29}$ inderdaad correct is.

Met een basisrooster van 3 bij 3 vierkanten wil men een Kunen-kunstwerk aanbrengen op de buitenmuur van een gebouw. Voor het kunstwerk is een stuk muur van 2 bij 2 meter beschikbaar. Men wil dit stuk helemaal gebruiken, dus het basisrooster moet precies 2 bij 2 meter zijn. Zie figuur 3.

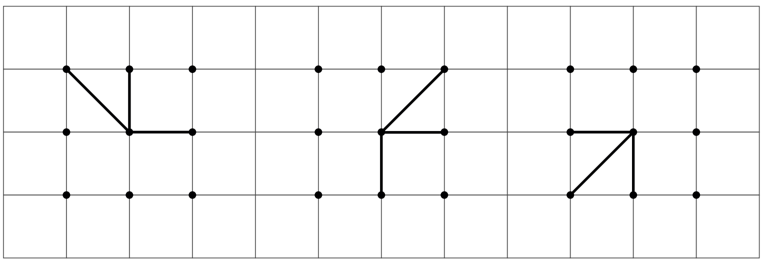
3p **14** Bereken de afmetingen van het grootste vierkant in dit basisrooster. Rond je antwoord af op hele mm.

figuur 3



Er kunnen allerlei figuurtjes in de vierkanten van het basisrooster getekend worden. Een mogelijkheid om zulke figuurtjes te maken is de volgende: zet in een vierkant van het basisrooster negen punten: één punt in het midden, vier punten op de hoeken en vier op de middens van de zijden. Trek nu vanuit het middelste punt lijnstukjes naar drie andere punten. In figuur 4 zijn drie verschillende figuurtjes te zien die op deze manier gemaakt zijn.

figuur 4



Er zijn echter nog veel meer figuurtjes te maken door het middelste punt met drie andere punten te verbinden. Als extra voorwaarde wordt gesteld dat er in een dergelijk figuurtje precies één diagonaal lijnstukje moet voorkomen. Bij de figuurtjes in figuur 4 is dit overigens ook al het geval.

4p **15** Hoeveel verschillende figuurtjes kunnen er dan getekend worden? Licht je antwoord toe.