

## Een derde cirkel

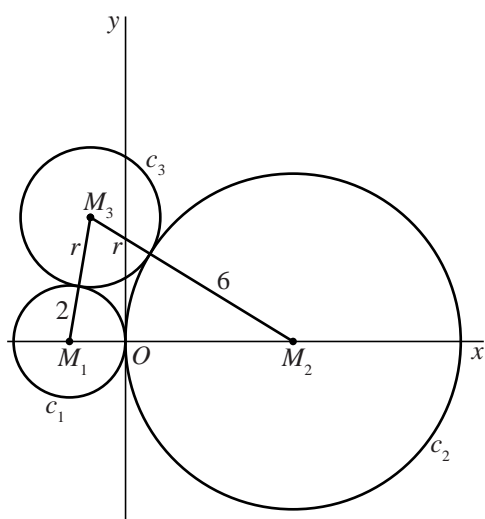
Gegeven zijn de cirkels  $c_1$  en  $c_2$ . Cirkel  $c_1$  heeft middelpunt  $M_1(-2,0)$  en straal 2. Cirkel  $c_2$  heeft middelpunt  $M_2(6,0)$  en straal 6.

Voor elke positieve waarde van  $r$  is er één cirkel  $c_3$  met middelpunt  $M_3$  en straal  $r$  zó dat geldt:

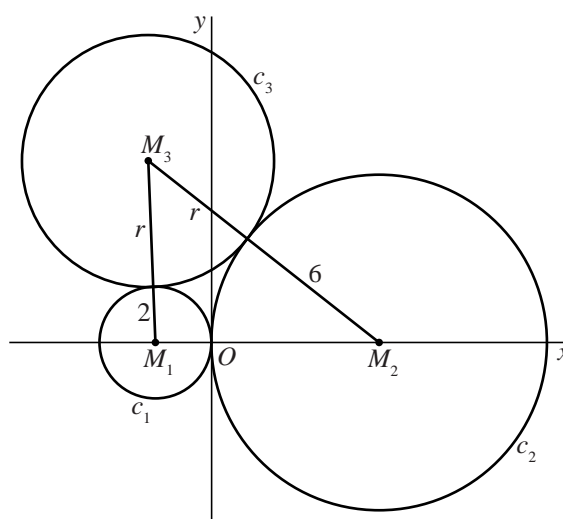
- $M_3$  ligt boven de  $x$ -as;
- $c_3$  raakt aan cirkel  $c_1$  én aan cirkel  $c_2$ .

In figuur 1 is de situatie getekend voor  $r = 2\frac{1}{2}$  en in figuur 2 voor  $r = 4\frac{1}{2}$ . Verder is in beide figuren driehoek  $M_1M_2M_3$  getekend.

figuur 1  $r = 2\frac{1}{2}$



figuur 2  $r = 4\frac{1}{2}$



De grootte van  $\angle M_1M_2M_3$  is afhankelijk van  $r$ : voor elke waarde van  $r$  geldt:

$$\cos(\angle M_1M_2M_3) = \frac{r+12}{2r+12}$$

4p **3** Bewijs de juistheid van deze formule.

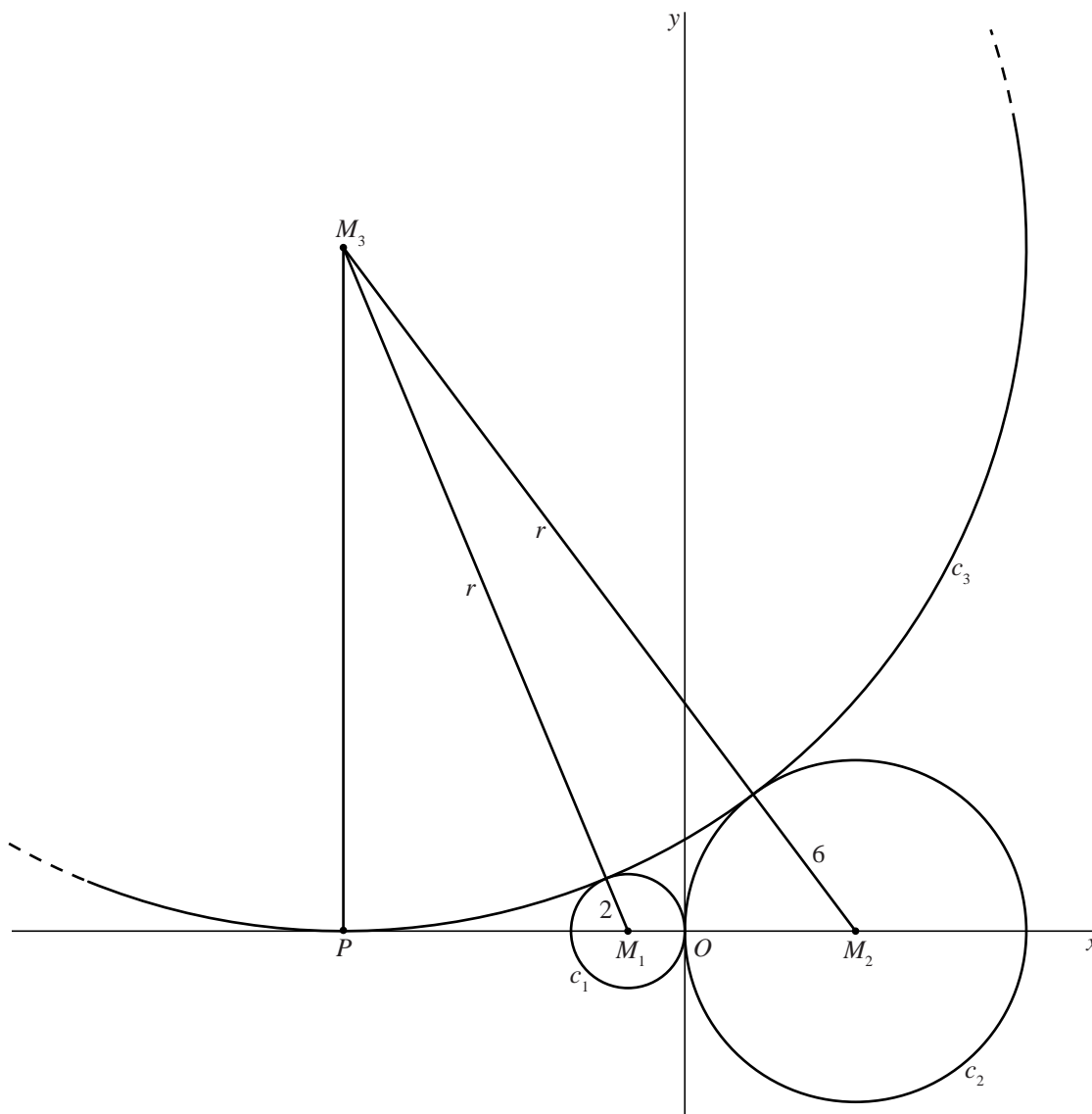
Als  $r$  onbegrensd toeneemt, nadert de grootte van  $\angle M_1M_2M_3$  tot een limiet.

3p **4** Bereken exact deze limiet in graden.

Er is één waarde van  $r$  waarvoor  $c_3$  niet alleen raakt aan  $c_1$  en  $c_2$ , maar ook aan de  $x$ -as. In figuur 3 is deze situatie weergegeven, waarbij cirkel  $c_3$  voor een deel is getekend.

Cirkel  $c_3$  raakt de  $x$ -as in punt  $P$ .

figuur 3



6p 5 Bereken exact de waarde van  $r$  in deze situatie.