

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Twee machten van 2

1 maximumscore 5

- $f'(x) = \ln(2) \cdot 2^x + \ln(2) \cdot 2^{-2x} \cdot -2$ 2
- Uit $f'(x) = 0$ volgt dat $2^x = 2 \cdot 2^{-2x}$ 1
- Dus $2^{3x} = 2$ (of $2^x = 2^{-2x+1}$) 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{3}$ 1

of

- $a + a^{-2}$, met $a = 2^x$, moet minimaal zijn 2
- De vergelijking $1 - 2a^{-3} = 0$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{3}$ 1

2 maximumscore 5

- Een primitieve van 2^x is $\frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^x$ 1
- Een primitieve van 2^{-2x} is $\frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^{-2x} \cdot \frac{1}{-2}$ 1
- De oppervlakte tussen de grafiek van f en de x -as is $\left(\frac{2}{\ln(2)} - \frac{1}{8\ln(2)}\right) - \left(\frac{1}{2\ln(2)} - \frac{4}{2\ln(2)}\right)$ ($\approx 4,869$) 2
- De oppervlakte van het rechthoekige gebied is $2k$, dus de gevraagde waarde van k is 2,43 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 5

• $\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} p-1 \\ f(p) - 2\frac{1}{4} \end{pmatrix}$, waarbij p de x -coördinaat van P is 1

• $\begin{pmatrix} p-1 \\ 2^p + 2^{-2p} - 2\frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1\frac{13}{16} \end{pmatrix} = 0$ 1

• De vergelijking $p-1 + 1\frac{13}{16}(2^p + 2^{-2p} - 2\frac{1}{4}) = 0$ moet worden opgelost 1

• Beschrijven hoe deze vergelijking wordt opgelost 1

• Dit geeft $p \approx -0,67$ (dus de x -coördinaat van P is $-0,67$) 1

of

• De richtingscoëfficiënt van AQ is $\frac{29}{16}$ 1

• (Het product van de richtingscoëfficiënten van AP en AQ moet -1 zijn,) dus de richtingscoëfficiënt van AP is $-\frac{16}{29}$ 1

• Een vergelijking van AP is $y = -\frac{16}{29}(x-1) + 2\frac{1}{4}$ 1

• Beschrijven hoe de vergelijking $2^x + 2^{-2x} = -\frac{16}{29}(x-1) + 2\frac{1}{4}$ wordt opgelost 1

• Dit geeft $x \approx -0,67$ (dus de x -coördinaat van P is $-0,67$) 1

of

• De richtingscoëfficiënt van AQ is $\frac{29}{16}$ 1

• (Het product van de richtingscoëfficiënten van AP en AQ moet -1 zijn,) dus de richtingscoëfficiënt van AP is $-\frac{16}{29}$ 1

• De richtingscoëfficiënt van AP is ook $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2\frac{1}{4} - (2^x + 2^{-2x})}{1-x}$ 1

• Beschrijven hoe de vergelijking $-\frac{16}{29} = \frac{2\frac{1}{4} - (2^x + 2^{-2x})}{1-x}$ wordt opgelost 1

• Dit geeft $x \approx -0,67$ (dus de x -coördinaat van P is $-0,67$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een grafiek met een knik

4 maximumscore 5

- Voor de x -coördinaat van de knik geldt $8 - 4x = 0$, dus $x = 2$ 1
- Voor $x < 2$ geldt $f(x) = 4e^{2-x} + 8 - 4x$ 1
- Voor $x < 2$ geldt $f'(x) = -4e^{2-x} - 4$ 1
- De richtingscoëfficiënt van m is -8 1
- $\tan(\alpha) = -8$ geeft ($\alpha \approx -83^\circ$, dus) het antwoord: 83° (of nauwkeuriger) 1

5 maximumscore 3

- Voor $x \geq 2$ geldt $f(x) = 4e^{2-x} - 8 + 4x$ 1
- $\lim_{x \rightarrow \infty} 4e^{2-x} = 0$ 1
- Een vergelijking van de asymptoot is $y = 4x - 8$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Driehoek in cirkel

6 maximumscore 4

- De lijn door A loodrecht op AB heeft richtingscoëfficiënt -2 1
- Een vergelijking van die lijn is $y = -2x + 8$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x^2 + (-2x + 5)^2 = 25$ exact wordt opgelost 1
- Het antwoord: $C(0, 8)$ 1

of

- De lijn door B loodrecht op AB heeft richtingscoëfficiënt -2 1
- Een vergelijking van die lijn is $y = -2x - 2$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x^2 + (-2x - 5)^2 = 25$ exact wordt opgelost 1
- Het antwoord: $C(-4, 6)$ 1

of

- Een zijde van de driehoek moet middellijn van de cirkel zijn (stelling van Thales) 2
- Het middelpunt van de cirkel is $(0, 3)$ en de straal is 5 1
- Als BC middellijn is, dan is $C(0, 8)$ (of: Als AC middellijn is, dan is $C(-4, 6)$) 1

7 maximumscore 6

- $AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$ 1
- C moet liggen op de cirkel met middelpunt A en straal $\sqrt{20}$ 1
- Een vergelijking van die cirkel is $(x - 4)^2 + y^2 = 20$ 1
- Uit het stelsel $\{x^2 + (y - 3)^2 = 25, (x - 4)^2 + y^2 = 20\}$ een lineair verband tussen x en y afleiden, zoals $6y + 16 = 8x + 4$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(x - 4)^2 + \left(1\frac{1}{3}x - 2\right)^2 = 20$ (of $\left(\frac{3}{4}y - 2\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 20$) exact wordt opgelost 1
- Het antwoord: $C\left(4\frac{4}{5}, 4\frac{2}{5}\right)$ 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none">$A(4, 0)$ en $M(0, 3)$ (met M het middelpunt van de cirkel), dus de richtingscoëfficiënt van AM is $-\frac{3}{4}$	1
	<ul style="list-style-type: none">Een vergelijking van de lijn door B loodrecht op AM is $y = 1\frac{1}{3}x - 2$	1
	<ul style="list-style-type: none">Het snijpunt van deze lijn met de cirkel geeft $x^2 + \left(1\frac{1}{3}x - 5\right)^2 = 25$	1
	<ul style="list-style-type: none">Dit geeft $2\frac{7}{9}x^2 - 13\frac{1}{3}x = 0$	1
	<ul style="list-style-type: none">Hieruit volgt $x = 4\frac{4}{5}$ ($x = 0$ voldoet niet)	1
	<ul style="list-style-type: none">Het antwoord: $C(4\frac{4}{5}, 4\frac{2}{5})$	1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Straal van een waterstraal

8 maximumscore 5

- Er geldt $v^2 = v_0^2 + 2gh_0 - 2gh$ (uit formule 1) 1
- Dit is gelijk aan $v_0^2 + 2g(h_0 - h) = v_0^2 + 2gx$ 1
- Ook geldt $r^2 = r_0^2 \cdot \frac{v_0}{v}$ (uit formule 2) 1
- Combineren geeft $r^2 = r_0^2 \cdot \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gx}}$ 1
- $r^2 = r_0^2 \cdot \sqrt{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gx}}$ dus (omdat r en r_0 beide positief zijn) 1
- $r = r_0 \cdot \sqrt[4]{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gx}}$ 1

of

- Er geldt $v^2 = v_0^2 + 2gh_0 - 2gh$ (uit formule 1) 1
- Dit is gelijk aan $v_0^2 + 2g(h_0 - h) = v_0^2 + 2gx$ 1
- Uit formule 2 volgt $r_0^4 \cdot v_0^2 = r^4 \cdot v^2$ en dus $r^4 = \frac{r_0^4 \cdot v_0^2}{v^2}$ 1
- Dit combineren met $v^2 = v_0^2 + 2gx$ geeft $r^4 = r_0^4 \cdot \frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gx}$ 1
- Dan (omdat r en r_0 beide positief zijn) volgt $r = r_0 \cdot \sqrt[4]{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gx}}$ 1

9 maximumscore 5

- De inhoud is gelijk aan $\pi \cdot \int_0^{0,3} r^2 dx$ 1
- $r = 0,01 \cdot \sqrt[4]{\frac{0,5^2}{0,5^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot x}}$ 1
- Beschrijven hoe $\pi \cdot \int_0^{0,3} \left(0,01 \cdot \sqrt[4]{\frac{0,5^2}{0,5^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot x}} \right)^2 dx$ berekend kan worden 1
- Dit geeft $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ (m}^3\text{)}$ 1
- Het antwoord 32 (cm³) (of 0,000032 m³) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Cirkels

10 maximumscore 6

- De periode van de beweging van Q is 12, dus $m = \frac{2\pi}{12}$ ($= \frac{1}{6}\pi$) 1
- (P heeft op $t=12$ vier maal c_1 doorlopen en omdat de snelheid van P en de snelheid van Q gelijk zijn, geldt:) de omtrek van c_2 is vier keer zo groot als de omtrek van c_1 1
- De straal van c_2 is dus gelijk aan $(4 \cdot \frac{1}{2} =) 2$ 1
- De y -coördinaat van het middelpunt van c_2 is $(-\frac{1}{2} + 2 =) 1\frac{1}{2}$ 1
- Punt Q gaat omhoog door de evenwichtsstand na een kwart periode, dus voor $t=3$ 1
- ($m = \frac{1}{6}\pi$,) $k = 1\frac{1}{2}$, $l = 2$ en $n = 3$ (of andere correcte waarden) (of een formule voor y_Q is $y_Q = 1\frac{1}{2} + 2\sin(\frac{1}{6}\pi(t-3))$) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

De vergelijking van Arrhenius

11 maximumscore 4

- Uit de vergelijking van Arrhenius volgt $\frac{k}{A} = e^{-\left(\frac{E}{8,314T}\right)}$ 1

- $-\left(\frac{E}{8,314T}\right) = \ln\left(\frac{k}{A}\right)$ 1

- $\frac{E}{8,314T} = -\ln\left(\frac{k}{A}\right) \left(= \ln\left(\left(\frac{k}{A}\right)^{-1}\right) \right) = \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

- Dus $E = 8,314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

of

- Uit de vergelijking van Arrhenius volgt $\ln(k) = \ln\left(A \cdot e^{-\left(\frac{E}{8,314T}\right)}\right)$ 1

- $\ln(k) = \ln(A) - \frac{E}{8,314T}$ 1

- $\frac{E}{8,314T} = \ln(A) - \ln(k) = \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

- Dus $E = 8,314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

of

- Als $E = 8,314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ dan moet gelden $\frac{E}{8,314T} = \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

- Dan is $\frac{E}{8,314T} = \ln(A) - \ln(k)$ 1

- Dus $\ln(k) = \ln(A) + \frac{-E}{8,314T} = \ln(A) + \ln\left(e^{-\left(\frac{E}{8,314T}\right)}\right)$ 1

- Dus $\ln(k) = \ln\left(A \cdot e^{-\left(\frac{E}{8,314T}\right)}\right)$ (en dat komt overeen met de gegeven formule) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

12 maximumscore 3

- Er moet gelden $8,314 \cdot 500 \cdot \ln\left(\frac{A}{2,7 \cdot 10^{-2}}\right) = 8,314 \cdot 550 \cdot \ln\left(\frac{A}{2,4 \cdot 10^{-1}}\right)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van E is $1,0 \cdot 10^5$ (J/mol) 1

of

- $2,7 \cdot 10^{-2} = A \cdot e^{-\left(\frac{E}{8,314 \cdot 500}\right)}$ en $2,4 \cdot 10^{-1} = A \cdot e^{-\left(\frac{E}{8,314 \cdot 550}\right)}$ dus

$$\frac{2,7 \cdot 10^{-2}}{2,4 \cdot 10^{-1}} = e^{\frac{-E}{8,314 \cdot 500}} : e^{\frac{-E}{8,314 \cdot 550}}$$
 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van E is $1,0 \cdot 10^5$ (J/mol) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een foto van de Eusebiuskerk

13 maximumscore 3

- $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)}$ 1

- Teller en noemer delen door $\cos(\alpha)\cos(\beta)$ geeft

$$\frac{\frac{\sin(\alpha)\cos(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)} - \frac{\cos(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}}{1 + \frac{\sin(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}}$$
 1

- Dat is gelijk aan $\frac{\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} - \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}{1 + \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}$ ofwel $\frac{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}{1 + \tan(\alpha) \cdot \tan(\beta)}$ 1

of

- $\frac{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}{1 + \tan(\alpha) \cdot \tan(\beta)} = \frac{\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} - \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}{1 + \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}}$ 1

- Teller en noemer vermenigvuldigen met $\cos(\alpha)\cos(\beta)$ geeft

$$\frac{\sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)}$$
 1

- Dit is gelijk aan $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \tan(\alpha - \beta)$ 1

14 maximumscore 3

- $\tan(\alpha) = \frac{75}{x}$ en $\tan(\beta) = \frac{27}{x}$ 1

- Dus $\tan(\varphi) = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\frac{75}{x} - \frac{27}{x}}{1 + \frac{75}{x} \cdot \frac{27}{x}}$ 1

- Dit is gelijk aan $\frac{\frac{48}{x}}{1 + \frac{2025}{x^2}}$, dus $\tan(\varphi) = \frac{48x}{x^2 + 2025}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

15 maximumscore 4

- $g'(x) = \frac{48(x^2 + 2025) - 48x \cdot 2x}{(x^2 + 2025)^2}$ 2
- (Uit $g'(x) = 0$ volgt) $-48x^2 + 97\,200 = 0$ 1
- Hieruit volgt $x = 45$ ($x = -45$ voldoet niet) 1

Scheve parabolen**16 maximumscore 4**

- $\frac{dx}{dt} = 6t + 1$ en $\frac{dy}{dt} = 6t - 1$ 1
- De snelheid $v(t)$ wordt gegeven door $\sqrt{(6t+1)^2 + (6t-1)^2}$ 1
- $v(t) = \sqrt{72t^2 + 2}$ 1
- (Voor $t = 0$ is $v(t)$ minimaal, dus) het minimum is $\sqrt{2}$ (dus de minimale snelheid is $\sqrt{2}$) 1

of

- $\frac{dx}{dt} = 6t + 1$ en $\frac{dy}{dt} = 6t - 1$ 1
- De snelheid $v(t)$ wordt gegeven door $\sqrt{(6t+1)^2 + (6t-1)^2}$ 1
- $v'(t) = \frac{12(6t+1) + 12(6t-1)}{2\sqrt{(6t+1)^2 + (6t-1)^2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- $v'(t) = 0$ geeft $t = 0$; $v(0) = \sqrt{2}$ (dus de minimale snelheid is $\sqrt{2}$) 1

17 maximumscore 4

- $y = 0$ geeft $at^2 - t + 1 = 0$ 1
- (Deze vergelijking moet één oplossing hebben, dus) $D = 0$ 1
- $D = 1 - 4a$ 1
- $D = 0$ geeft $a = \frac{1}{4}$ 1

of

- $\frac{dy}{dt} = 2at - 1$ 1
- (De parabool moet de x -as raken dus) $\frac{dy}{dt} = 0$ geeft $t = \frac{1}{2a}$ 1
- De vergelijking $a \cdot \left(\frac{1}{2a}\right)^2 - \frac{1}{2a} + 1 = 0$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $a = \frac{1}{4}$ 1