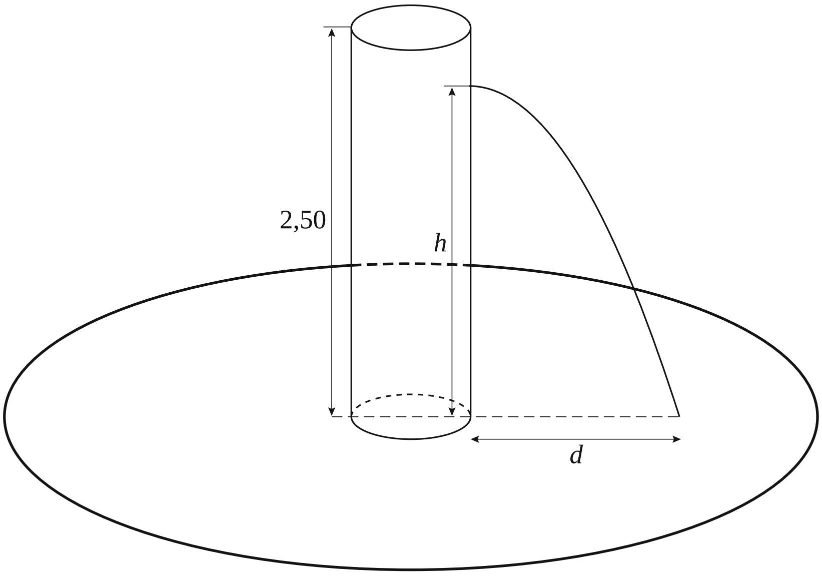
Fontein

Op de foto is de Crown Fountain in Chicago te zien.

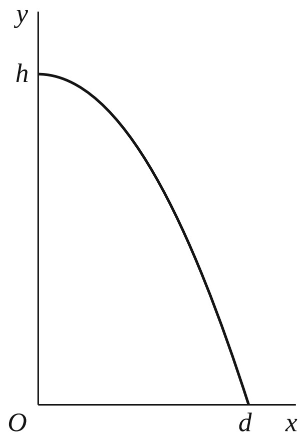
foto

In figuur 1 is een cilindervormige vijverfontein getekend die volgens hetzelfde principe werkt.
In de verticale, holle cilinderbuis wordt water tot een hoogte van 2,50 meter opgepompt. In de buis is op een hoogte h meter boven de grond een klein gat aangebracht. Uit dit gat spuit in horizontale richting water. Omdat de pomp er ondertussen voor zorgt dat het water in de buis 2,50 meter hoog blijft, krijgen we een waterstraal te zien die bij benadering de vorm heeft van een halve parabool.
De waterstraal komt op afstand d meter van de cilinderbuis op het wateroppervlak in de vijver. Zie figuur 1 en figuur 2.

figuur 1



figuur 2



De horizontale uitstroomsnelheid v van het water bij het gat hangt af van de hoeveelheid water die zich boven het gat bevindt en dus van de hoogte h van het gat. Er geldt bij benadering:

$v = \sqrt{19{,}6 \cdot (2{,}50 - h)}$, met v in meter per seconde en h in meter.

In een geschikt assenstelsel beweegt een waterdruppel (uit de waterstraal) met coördinaten (x, y) bij benadering volgens de vergelijkingen:

$$\begin{cases} x = v \cdot t \\ y = h - 4{,}9 \cdot t^2 \end{cases}$$

Hierin is t de tijd in seconden en $t = 0$ op het moment dat de waterdruppel het gat passeert (zodat dan geldt $x = 0$ en $y = h$).

Voor de waarde van t die hoort bij het tijdstip waarop de waterdruppel in de vijver valt, geldt $x = d$ en $y = 0$. Zie figuur 1 en figuur 2.
Er geldt: $d = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2{,}50 - h)}$

5p **13** Leid langs algebraïsche weg deze laatste formule af uit de gegeven formules voor v, x en y.

Door de hoogte h van het gat te veranderen, verandert ook de plaats waar de waterstraal in de vijver terechtkomt. Er is een hoogte van het gat waarvoor de afstand van deze plaats tot de buis maximaal is.

4p **14** Bereken langs algebraïsche weg deze maximale afstand. Rond je eindantwoord af op hele centimeters.