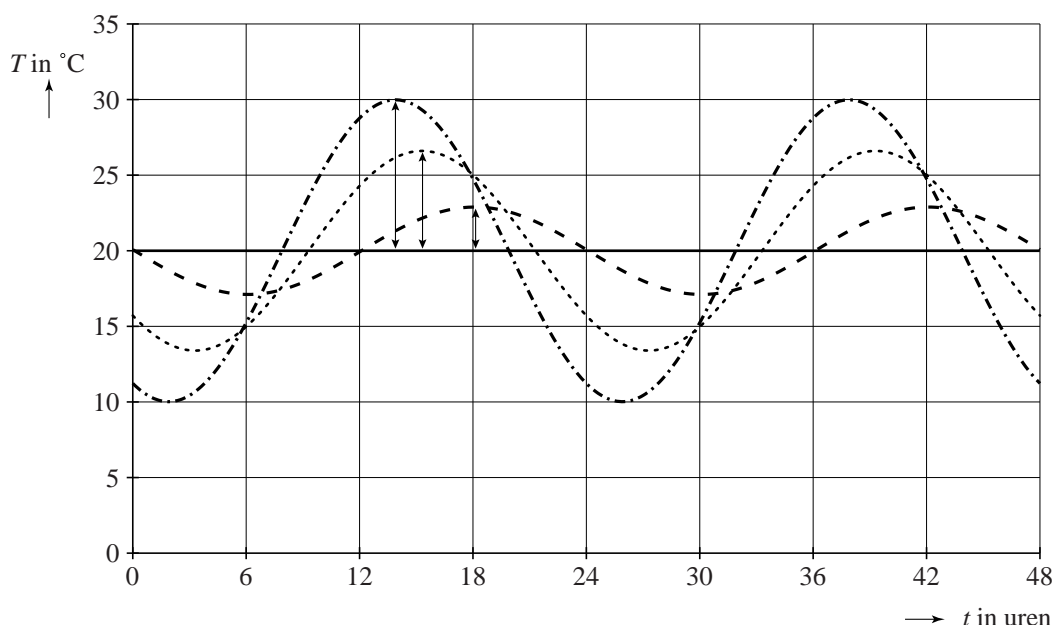


Temperatuur in de aardbodem

Per 24 uur schommelt de temperatuur aan het aardoppervlak en daardoor ook de temperatuur in de aarde. Naarmate je op een bepaalde plek dieper de aardbodem ingaat, zijn de temperatuurschommelingen minder groot. Bovendien lopen ze achter in de tijd ten opzichte van de temperatuurschommeling aan het aardoppervlak.

In figuur 1 zie je voor een bepaalde plaats in Nederland het dagelijkse temperatuurverloop op verschillende dieptes als functie van de tijd t , met t in uren. Hierbij geldt $t = 0$ om middernacht in het begin van een week met zacht zomerweer. Voor elk van deze geringe dieptes is de evenwichtsstand van het temperatuurverloop (bij benadering) $20,0\text{ }^\circ\text{C}$. Bij elke grafiek is met een dubbele pijl de amplitude aangegeven.

figuur 1



Legenda:

- · - · - aardoppervlak (0 cm diepte)
- - - - 5 cm diepte
- · - · - 15 cm diepte

De amplitude van het temperatuurverloop blijkt exponentieel af te hangen van de diepte in de aardbodem.

De diepte waarop de amplitude is afgenomen tot $\frac{1}{e}$ -de deel van de amplitude aan het aardoppervlak wordt de **dempingsdiepte** genoemd. Er geldt:

$$A(z) = A(0) \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{z}{D}}$$

Hierin is z de diepte in de aardbodem in centimeter, $A(z)$ de amplitude van het temperatuurverloop in graden Celsius op diepte z cm en D de dempingsdiepte in centimeter.

In figuur 1 zijn onder andere de amplitudes $A(0) = 10,0$ en $A(15) = 2,9$ aangegeven.

- 3p 3 Bereken uitgaande van de genoemde amplitudes de waarde van D in één decimaal nauwkeurig.

Gebruikmakend van de waarden van $A(0)$ en D kan de formule voor de amplitude worden herschreven tot $A(z) = 10,0 \cdot 0,92^z$. Met deze formule werken we in het vervolg van deze opgave.

De grafieken in figuur 1 zijn sinusoïden met een evenwichtsstand van $20,0$ °C en een periode van 24 uur. De grafiek die hoort bij $z = 0$ gaat bij $t = 7,9$ stijgend door de evenwichtsstand. Bij elke centimeter dieper in de aardbodem gaat de bijbehorende grafiek ongeveer $0,28$ uur later door de evenwichtsstand.

Voor de situatie van figuur 1 komen we uit op de volgende formule voor de temperatuur in de aardbodem:

$$T = 20,0 + 10,0 \cdot 0,92^z \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 7,9 - 0,28 \cdot z)\right)$$

Hierin is z de diepte in de aardbodem in centimeter, T de temperatuur op deze diepte in graden Celsius en t de tijd in uren met $t = 0$ om middernacht. Deze formule geldt voor $0 \leq z \leq 30$ en $0 \leq t \leq 48$.

De temperatuur op 15 cm diepte in de aardbodem bereikt op een bepaald tijdstip van de dag zijn maximale waarde.

- 6p 4 Bereken dit tijdstip op algebraïsche wijze.