Vraag	Antwoord	Scores

Twee functies

1 maximumscore 4

- $f'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$ — 1
- $g'(x) = -\dfrac{1}{(x+1)^2}$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $-\mathrm{e}^{-x} = -\dfrac{1}{(x+1)^2}$ kan worden opgelost — 1
- Het antwoord 2,51 — 1

of

- De vergelijking $f'(x) = g'(x)$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 2
- Het antwoord 2,51 — 1

2 maximumscore 4

- Een primitieve van $g(x)$ is (omdat $x > -1$) $\ln(x+1)$ — 1
- De oppervlakte van W is $\int_0^a g(x)\,\mathrm{d}x = \ln(a+1)$ — 1
- Opgelost moet worden: $\ln(a+1) = 2011$ — 1
- Dit geeft $a+1 = \mathrm{e}^{2011}$, dus $a = \mathrm{e}^{2011} - 1$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Temperatuur in de aardbodem

3 maximumscore 3

- Er moet gelden $2{,}9 = 10{,}0 \cdot \left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^{\frac{15}{D}}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van D is 12,1 1

of

- De groeifactor per cm is $\left(\frac{2{,}9}{10{,}0}\right)^{\frac{1}{15}}$, dus er moet gelden

$$\left(\left(\frac{2{,}9}{10{,}0}\right)^{\frac{1}{15}}\right)^{D} = \frac{1}{\mathrm{e}}$$ 1

- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van D is 12,1 1

Opmerking
Als de waarde van D is berekend met behulp van de formule $A(z) = 10{,}0 \cdot 0{,}92^{z}$ die na vraag 3 gegeven is (dus zonder gebruik te maken van $A(15) = 2{,}9$), voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 6**

- Een t-waarde van het maximum van $T = 20,0 + 10,0 \cdot 0,92^{15} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 7,9 - 0,28 \cdot 15)\right)$ moet worden bepaald — 1
- T is maximaal als $\sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 12,1)\right) = 1$ — 2
- Dit is (bijvoorbeeld) het geval als $\frac{\pi}{12}(t - 12,1) = \frac{\pi}{2}$ — 1
- Dit geeft $t - 12,1 = 6$, dus $t = 18,1$ — 1
- Dit is om 18:06 uur (of: om zes over zes 's avonds) — 1

of

- Een t-waarde van het maximum van $T = 20,0 + 10,0 \cdot 0,92^{15} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 7,9 - 0,28 \cdot 15)\right)$ moet worden bepaald — 1
- $T' = 10,0 \cdot 0,92^{15} \cdot \frac{\pi}{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12}(t - 12,1)\right)$ — 1
- $T' = 0$ als (bijvoorbeeld) $\frac{\pi}{12}(t - 12,1) = \frac{\pi}{2}$ — 1
- Een toelichting waaruit blijkt dat de oplossing van deze vergelijking inderdaad een maximum van T oplevert — 1
- $\frac{\pi}{12}(t - 12,1) = \frac{\pi}{2}$ geeft $t - 12,1 = 6$, dus $t = 18,1$ — 1
- Dit is om 18:06 uur (of: om zes over zes 's avonds) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Koorde evenwijdig aan raaklijn

5 maximumscore 3

- $PQ // AB$, dus $\angle QPM = \angle BAM$; *F-hoeken* 1
- $MQ = MP$ (; *cirkel*), dus $\angle MQP = \angle QPM$; *gelijkbenige driehoek* 1
- Dus $\angle MQP = \angle BAM$ 1

6 maximumscore 5

- $\angle ABM = 90^\circ$; *raaklijn* 1
- $\angle QPS = 90^\circ$; *Thales* 1
- $QS = 2 \cdot PM$ (; *cirkel*) en $AM = 2 \cdot PM$ 1
- Dus $\angle QPS = \angle ABM$ en $QS = AM$. Verder geldt $\angle PQS = \angle MQP = \angle BAM$, dus $\Delta QPS \cong \Delta ABM$; *ZHH* 1
- Hieruit volgt $PS = MB$ 1

of

- $\angle ABM = 90^\circ$; *raaklijn* 1
- Verder geldt $AM = 2 \cdot PM = 2 \cdot BM$ (; *cirkel*), dus $\angle BAM = 30^\circ$; *halve gelijkzijdige driehoek* 1
- $\angle QPS = 90^\circ$; *Thales* 1
- Verder geldt $\angle PQS = \angle MQP = \angle BAM = 30^\circ$, dus $PS = \frac{1}{2}QS$; *halve gelijkzijdige driehoek* 1
- Dus $PS = MS = MB$ (; *cirkel*) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Wortelfunctie met cosinus

7 maximumscore 5

- $\sqrt{1-\cos x} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$ geeft $1-\cos x = \frac{3}{2}$, dus $\cos x = -\frac{1}{2}$ — 1
- Dit geeft (voor $\pi < x < 2\pi$) $x = \frac{4}{3}\pi$ — 1
- $f'(x) = \dfrac{\sin x}{2\sqrt{1-\cos x}}$ — 2
- De gevraagde richtingscoëfficiënt is $f'(\frac{4}{3}\pi) = -\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (of: $-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$) — 1

of

- Op $[0, 2\pi]$ is $f(x) = \sqrt{1-(1-2\sin^2\left(\frac{1}{2}x\right))} = \sqrt{2}\cdot\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ — 1
- $\sqrt{2}\cdot\sin\left(\frac{1}{2}x\right) = \frac{1}{2}\sqrt{6}$ geeft $\sin\left(\frac{1}{2}x\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ — 1
- Dit geeft (voor $\pi < x < 2\pi$) $x = \frac{4}{3}\pi$ — 1
- $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot\cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ — 1
- De gevraagde richtingscoëfficiënt is $f'(\frac{4}{3}\pi) = -\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (of: $-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

8 **maximumscore 8**

- $\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot x=\sqrt{2}$ geeft $x=2$ — 1
- De inhoud van L is
  $\pi\cdot\int_0^2(\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot x)^2\,\mathrm{d}x+\pi\cdot\int_2^\pi(\sqrt{2})^2\,\mathrm{d}x-\pi\cdot\int_0^\pi(\sqrt{1-\cos x})^2\,\mathrm{d}x$ — 2
- Dus de inhoud van L is $\pi\cdot\int_0^2\frac{1}{2}x^2\,\mathrm{d}x+\pi\cdot\int_2^\pi 2\,\mathrm{d}x-\pi\cdot\int_0^\pi(1-\cos x)\,\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $\frac{1}{2}x^2$ is $\frac{1}{6}x^3$ en een primitieve van 2 is $2x$ — 1
- Een primitieve van $1-\cos x$ is $x-\sin x$ — 1
- De inhoud van L is $\pi\cdot\frac{1}{6}\cdot 2^3+\pi\cdot(2\pi-4)-\pi\cdot\pi$ — 1
- Het antwoord: $\pi^2-\frac{8}{3}\pi$ (of $\pi(\pi-\frac{8}{3})$) — 1

of

- De inhoud van L is inhoud kegel + inhoud cilinder $-\pi\cdot\int_0^\pi(1-\cos x)\,\mathrm{d}x$ — 2
- $\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot x=\sqrt{2}$ geeft $x=2$ — 1
- De inhoud van de kegel is $\frac{1}{3}\pi\cdot(\sqrt{2})^2\cdot 2$ — 1
- De inhoud van de cilinder is $\pi\cdot(\sqrt{2})^2\cdot(\pi-2)$ — 1
- Een primitieve van $1-\cos x$ is $x-\sin x$ — 1
- De inhoud van L is $\frac{1}{3}\pi\cdot 4+\pi\cdot(2\pi-4)-\pi\cdot\pi$ — 1
- Het antwoord: $\pi^2-\frac{8}{3}\pi$ (of $\pi(\pi-\frac{8}{3})$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Twee lijnen die raken aan parabolen

9 maximumscore 6

- Voor het rechter raakpunt geldt: $3x^2 + \frac{1}{12} = x$ 1
- Uit $3x^2 - x + \frac{1}{12} = 0$ volgt $(3x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{6}) = 0$ (of: $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{12}}}{2 \cdot 3}$) 1
- Dit geeft $x = \frac{1}{6}$ 1
- De gevraagde oppervlakte is $2 \cdot \int_0^{\frac{1}{6}} (f(x) - x)\,\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $3x^2 + \frac{1}{12} - x$ is $x^3 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{2}x^2$ 1
- De gevraagde oppervlakte is $\frac{1}{108}$ 1

of

- Voor het rechter raakpunt geldt: $f'(x) = 1$ 1
- $f'(x) = 6x$, dus $6x = 1$ 1
- Dit geeft $x = \frac{1}{6}$ 1
- De gevraagde oppervlakte is $2 \cdot \int_0^{\frac{1}{6}} (f(x) - x)\,\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $3x^2 + \frac{1}{12} - x$ is $x^3 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{2}x^2$ 1
- De gevraagde oppervlakte is $\frac{1}{108}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

10 maximumscore 6

- Voor het rechter raakpunt geldt: $g_{a,b}(x)=\frac{1}{2}x$ en $g_{a,b}'(x)=\frac{1}{2}$ — 1
- $g_{a,b}'(x)=2ax$ — 1
- $g_{a,b}'(x)=\frac{1}{2}$ geeft $2ax=\frac{1}{2}$ dus (omdat $a>0$) $x=\frac{1}{4a}$ — 1
- $g_{a,b}(x)=\frac{1}{2}x$ geeft $a\cdot\left(\frac{1}{4a}\right)^2+b=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4a}$ — 1
- Hieruit volgt $b=\frac{1}{8a}-\frac{a}{16a^2}$ — 1
- Dit geeft $b=\frac{1}{16a}$ — 1

of

- $g_{a,b}(x)=\frac{1}{2}x$ heeft precies één oplossing — 1
- Dit geeft: $ax^2+b=\frac{1}{2}x$ heeft precies één oplossing — 1
- Dus $ax^2-\frac{1}{2}x+b=0$ heeft precies één oplossing — 1
- Dit geeft $D=0$ ofwel $(-\frac{1}{2})^2-4\cdot a\cdot b=0$ — 1
- Dus $4\cdot a\cdot b=\frac{1}{4}$ — 1
- Dit geeft (omdat $a>0$) $b=\frac{1}{16a}$ — 1

Koordenvierhoek en gelijke hoeken

11 maximumscore 5

- $\angle BDC=\angle BAC$; *constante hoek* — 1
- $\angle BAC=\angle AFE$; *Z-hoeken* — 1
- Dus $\angle CDE=\angle BDC=\angle AFE$ — 1
- $\angle AFE+\angle EFC=180^\circ$; *gestrekte hoek* — 1
- Hieruit volgt $\angle CDE+\angle EFC=180^\circ$, dus vierhoek $CDEF$ is een koordenvierhoek (; *koordenvierhoek)* — 1

12 maximumscore 3

- $\angle ADB=\angle ACB$; *constante hoek* — 1
- $\angle EDF=\angle ECF$; *constante hoek* — 1
- Dus $\angle ADF=\angle ADB+\angle EDF=\angle ACB+\angle ECF=\angle BCE$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Fontein

13 **maximumscore 5**

- De druppel valt in de vijver als $y=0$ dus als $h=4{,}9\cdot t^2$, dus als $t=\sqrt{\frac{h}{4{,}9}}$ 1
- Dan geldt $x=d$, dus $d=v\cdot\sqrt{\frac{h}{4{,}9}}$ 1
- Dit geeft $d=\sqrt{19{,}6\cdot(2{,}50-h)}\cdot\sqrt{\frac{h}{4{,}9}}$ 1
- Dus $d=\sqrt{4\cdot h\cdot(2{,}50-h)}$ 1
- Hieruit volgt $d=2\cdot\sqrt{h\cdot(2{,}50-h)}$ 1

of

- De druppel valt in de vijver als $x=d$ en $y=0$, dus als $v\cdot t=d$ en $h=4{,}9\cdot t^2$ 1
- Hieruit volgt $t=\frac{d}{v}$ en dus $h=4{,}9\cdot\frac{d^2}{v^2}$ 1
- Substitutie van $v=\sqrt{19{,}6\cdot(2{,}50-h)}$ in deze laatste uitdrukking geeft $h=4{,}9\cdot\frac{d^2}{19{,}6\cdot(2{,}50-h)}$ 1
- Dit geeft $d^2=4\cdot h\cdot(2{,}50-h)$ 1
- Hieruit volgt $d=2\cdot\sqrt{h\cdot(2{,}50-h)}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

14 **maximumscore 4**

- d is maximaal als $h \cdot (2,50 - h)$ maximaal is 1
- Het maximum van $h \cdot (2,50 - h)$ wordt aangenomen midden tussen de nulpunten 0 en 2,50 (of: $h \cdot (2,50 - h) = 2,50h - h^2$, dus de afgeleide van $h \cdot (2,50 - h)$ is $2,50 - 2h$) 1
- Dus $h \cdot (2,50 - h)$ is maximaal voor $h = 1,25$ (of: dus $h \cdot (2,50 - h)$ is maximaal als $2,50 - 2h = 0$ en dit geeft $h = 1,25$) 1
- De maximale waarde van d is $2 \cdot \sqrt{1,25 \cdot (2,50 - 1,25)}$, dus de gevraagde afstand is 2,50 m (of 250 (cm)) 1

of

- $d' = 2 \cdot \dfrac{1}{2 \cdot \sqrt{h \cdot (2,50 - h)}} \cdot (1 \cdot (2,50 - h) + h \cdot -1)$ 1
- $d' = 0$ als $(1 \cdot (2,50 - h) + h \cdot -1) = 0$ 1
- Dit geeft $2,50 - 2h = 0$ dus $h = 1,25$ 1
- De maximale waarde van d is $2 \cdot \sqrt{1,25 \cdot (2,50 - 1,25)}$, dus de gevraagde afstand is 2,50 m (of 250 (cm)) 1

Vierkant tussen buigpunten

15 **maximumscore 9**

- $f_p'(x) = 1 \cdot (x^2 - 3p) + (x - 3p) \cdot 2x$ (of: $f_p(x) = x^3 - 3px^2 - 3px + 9p^2$) 1
- Dus $f_p'(x) = 3x^2 - 6px - 3p$ 1
- Hieruit volgt $f_p''(x) = 6x - 6p$ 1
- $f_p''(x) = 0$ geeft de x-coördinaat van buigpunt A: $x_A = p$ 1
- De y-coördinaat van A is $y_A = f_p(p) = -2p^3 + 6p^2$ 1
- Hieruit volgt: $x_B = -p$ en $y_B = -2(-p)^3 + 6(-p)^2 = 2p^3 + 6p^2$ (of $y_B = f_{-p}(-p) = 2p^3 + 6p^2$) 1
- De zijden van de rechthoek hebben lengten $2p$ en $4p^3$ 1
- Beschrijven hoe uit $4p^3 = 2p$ de (positieve) waarde van p gevonden kan worden 1
- Het antwoord is 0,71 1