

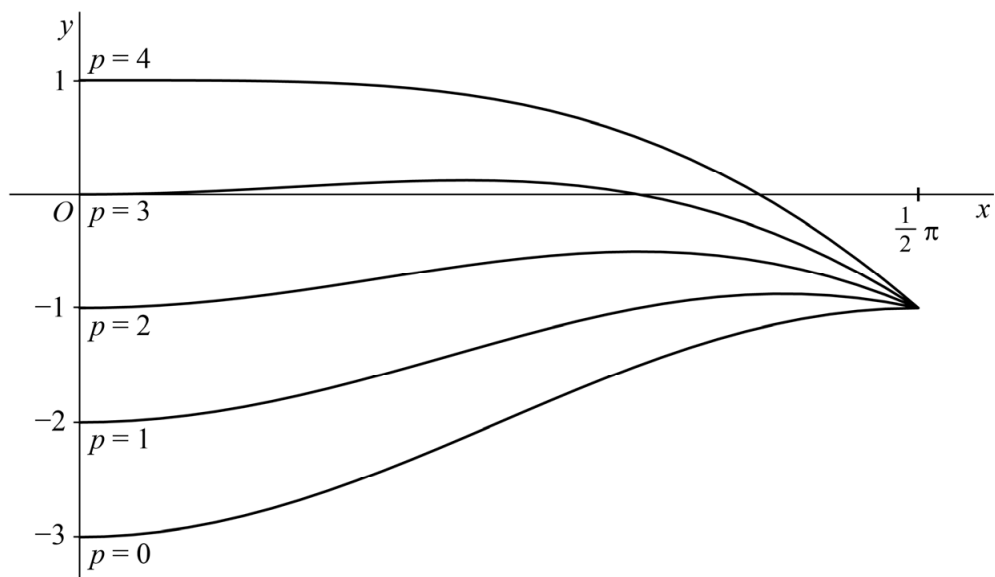
## Cosinusgrafiek door hoogste punten

Voor elke  $p$  met  $0 \leq p \leq 4$  wordt de functie  $f_p$  met domein  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}\pi$  gegeven door:

$$f_p(x) = -2\cos^2(x) + p \cdot \cos(x) - 1$$

In figuur 1 is voor enkele waarden van  $p$  de grafiek van  $f_p$  getekend.

figuur 1

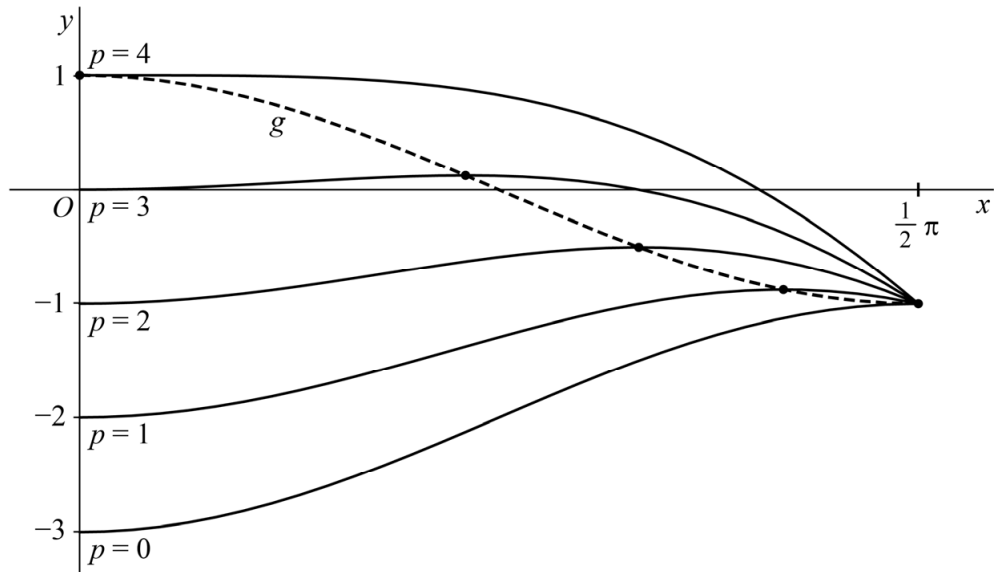


De grafiek van  $f_3$  heeft behalve de oorsprong een tweede gemeenschappelijk punt met de  $x$ -as.

- 4p 13 Bereken exact de  $x$ -coördinaat van dat tweede gemeenschappelijke punt.

De grafiek van  $f_p$  heeft voor  $p=4$  een hoogste punt voor  $x=0$ . Ook voor de andere waarden van  $p$  heeft de grafiek van  $f_p$  een hoogste punt. In figuur 2 is telkens met een dikke stip het hoogste punt van de grafiek van  $f_p$  aangegeven. De gestippelde kromme verbindt deze hoogste punten met elkaar.

**figuur 2**



Voor de  $x$ -coördinaat  $a$  van het hoogste punt van de grafiek van  $f_p$  geldt dat  $\cos(a) = \frac{1}{4} p$ .

4p **14** Bewijs dit.

De kromme die de hoogste punten van de grafieken van  $f_p$  verbindt, is de grafiek van de functie  $g$  gegeven door  $g(x) = \cos(2x)$ , met  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}\pi$ .

4p **15** Bewijs dit.