

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Loodrecht door de parabool

### 16 maximumscore 6

- $\frac{dx}{dt} = 2t$  en  $\frac{dy}{dt} = 1$  1

- Dan volgt  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2t}$  1

- ( $t = \sqrt{a}$ , dus) de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in  $A$  is  $\frac{1}{2\sqrt{a}}$  1

- De richtingscoëfficiënt van lijn  $AM$  is  $\frac{\sqrt{a}}{a-r}$  1

- Er moet gelden  $\frac{\sqrt{a}}{a-r} \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}} = -1$  1

- Uit  $\frac{1}{2(a-r)} = -1$  volgt  $a-r = -\frac{1}{2}$  en dus  $a = r - \frac{1}{2}$  1

of

- $\frac{dx}{dt} = 2t$  en  $\frac{dy}{dt} = 1$  1

- ( $t = \sqrt{a}$ , dus) een richtingsvector van de raaklijn in  $A$  is  $\begin{pmatrix} 2\sqrt{a} \\ 1 \end{pmatrix}$  1

- $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$  1

- Er moet gelden  $\begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2\sqrt{a} \\ 1 \end{pmatrix} = 0$  1

- Dus  $(a-r)(2\sqrt{a}) + \sqrt{a} = 0$  1

- Hieruit volgt  $2(a-r) = -1$  en dus volgt  $a-r = -\frac{1}{2}$  en dus  $a = r - \frac{1}{2}$  1

of

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

- (Voor het bovenste deel van de parabool geldt)  $y = \sqrt{x}$  1
- $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \text{ dus}\right)$  een richtingsvector van de raaklijn in A is  $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{a}} \end{pmatrix}$  1
- $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$  1
- Er moet gelden  $\begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{a}} \end{pmatrix} = 0$  1
- Dus  $a-r + \sqrt{a} \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}} = 0$  1
- Dus  $a-r + \frac{1}{2} = 0$  en dus  $a = r - \frac{1}{2}$  1

of

- (Voor het bovenste deel van de parabool geldt)  $y = \sqrt{x}$  1
- $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  dus de helling van de parabool in A is  $\frac{1}{2\sqrt{a}}$  1
- MA (staat hier loodrecht op en) heeft (dus) richtingscoëfficiënt  $-2\sqrt{a}$  1
- Dus (omdat  $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$ )  $-2\sqrt{a} = \frac{\sqrt{a}}{a-r}$  1
- Dus  $-2\sqrt{a}(a-r) = \sqrt{a}$  ofwel  $-2(a-r) = 1$  1
- Dat geeft  $-a+r = \frac{1}{2}$  dus  $a = r - \frac{1}{2}$  1

**17 maximumscore 6**

- De zijden van driehoek AA'M (met A' de loodrechte projectie van A op de x-as) hebben lengte  $\frac{1}{2}$ ,  $\sqrt{r-\frac{1}{2}}$  en  $\frac{1}{2}r$  2
- De vergelijking  $(\frac{1}{2})^2 + (\sqrt{r-\frac{1}{2}})^2 = (\frac{1}{2}r)^2$  1
- Dit herleiden tot  $r^2 - 4r + 1 = 0$  1
- Dit geeft  $r = 2 + \sqrt{3}$  en  $r = 2 - \sqrt{3}$  (of gelijkwaardige uitdrukkingen) 1
- Het antwoord  $r = 2 + \sqrt{3}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De zijden van driehoek AA'M (met A' de loodrechte projectie van A op de x-as) hebben lengte  $\frac{1}{2}$ ,  $\sqrt{a}$  en (omdat  $MA = \frac{1}{2}r$ )  $\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}$  2
- De vergelijking  $(\frac{1}{2})^2 + (\sqrt{a})^2 = (\frac{1}{2}a + \frac{1}{4})^2$  1
- Dit herleiden tot  $4a^2 - 12a - 3 = 0$  1
- Dit geeft  $a = \frac{3}{2} + \sqrt{3}$  en  $a = \frac{3}{2} - \sqrt{3}$  (of gelijkwaardige uitdrukkingen) 1
- Het antwoord  $r = 2 + \sqrt{3}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A(a, \sqrt{a}) = (r - \frac{1}{2}, \sqrt{r - \frac{1}{2}})</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dus <math>B(r-1, 2\sqrt{r - \frac{1}{2}})</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• De cirkel met middelpunt <math>M</math> en straal <math>r</math> heeft vergelijking <math>(x-r)^2 + y^2 = r^2</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>B</math> ligt op deze cirkel, dus <math>(-1)^2 + 4r - 2 = r^2</math> ofwel <math>r^2 - 4r + 1 = 0</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dit geeft <math>r = 2 + \sqrt{3}</math> en <math>r = 2 - \sqrt{3}</math> (of gelijkwaardige uitdrukkingen)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Het antwoord <math>r = 2 + \sqrt{3}</math> (of een gelijkwaardige uitdrukking)</li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>A</math> is het midden van <math>MB</math>, dus <math>B(2a - r, 2\sqrt{a})</math></li> </ul>	2
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• De coördinaten van <math>B</math> invullen in <math>(x-r)^2 + y^2 = r^2</math> geeft <math>(2a - 2r)^2 + (2\sqrt{a})^2 = r^2</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>a = r - \frac{1}{2}</math> invullen geeft <math>(-1)^2 + 4r - 2 = r^2</math> ofwel <math>r^2 - 4r + 1 = 0</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dit geeft <math>r = 2 + \sqrt{3}</math> en <math>r = 2 - \sqrt{3}</math> (of gelijkwaardige uitdrukkingen)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Het antwoord <math>r = 2 + \sqrt{3}</math> (of een gelijkwaardige uitdrukking)</li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lijn <math>AM</math> heeft vergelijking <math>y = -2\sqrt{a}(x-r)</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Snijden met de cirkel <math>(x-r)^2 + y^2 = r^2</math> geeft <math>(x-r)^2 + 4a(x-r)^2 = r^2</math>, ofwel <math>(x-r)^2 = \frac{r^2}{1+4a}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dit geeft <math>x_B = r - \sqrt{\frac{r^2}{1+4a}}</math>, ofwel (met <math>a = r - \frac{1}{2}</math>) <math>x_B = r - \sqrt{\frac{r^2}{4r-1}}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• (Omdat <math>r - x_B = 2(r-a) = 1</math> geldt) <math>\sqrt{\frac{r^2}{4r-1}} = 1</math>, dus <math>r^2 - 4r + 1 = 0</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dit geeft <math>r = 2 + \sqrt{3}</math> en <math>r = 2 - \sqrt{3}</math> (of gelijkwaardige uitdrukkingen)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Het antwoord <math>r = 2 + \sqrt{3}</math> (of een gelijkwaardige uitdrukking)</li> </ul>	1

*Opmerking*

*Voor het eerste antwoordelement van het eerste, tweede en vierde antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.*