Vraag	Antwoord	Scores

Vlieger

16 maximumscore 5

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een normaalvector van de middelloodlijn, dus een vergelijking van de middelloodlijn is $x - ay = c$, voor zekere waarde van c 1
- Invullen van $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ geeft $c = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$, dus een vergelijking is $x - ay = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$ 1
- Invullen van $D(-1, 0)$ geeft de vergelijking $-1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$ 1
- Dit geeft (omdat $a > 0$) de oplossing $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $rc_{AB} = -a$ dus de richtingscoëfficiënt van de middelloodlijn van AB is $\frac{1}{a}$ 1
- Een vergelijking van de middelloodlijn is: $y = \frac{1}{a}x + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2a}$ 1
- De lijn moet door $D(-1,0)$ gaan, dus er moet gelden $0 = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2a}$ 1
- De oplossing is (omdat $a > 0$) $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een normaalvector van de middelloodlijn, dus $\begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ is een richtingsvector 1
- $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}a \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ is een vectorvoorstelling van de middelloodlijn 1
- Invullen van $D(-1, 0)$ geeft het stelsel $\begin{cases} -1 = \frac{1}{2} + at \\ 0 = \frac{1}{2}a + t \end{cases}$ 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- $M(\frac{1}{2},\frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB — 1
- $MB^2=(\frac{1}{2}-1)^2+(\frac{1}{2}a)^2=\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}$ en $DM^2=(\frac{1}{2}--1)^2+(\frac{1}{2}a)^2=\frac{1}{4}a^2+\frac{9}{4}$ — 2
- Pythagoras in rechthoekige driehoek BDM geeft $DM^2+MB^2=DB^2$, ofwel $\frac{1}{4}a^2+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}=4$ — 1
- Hieruit volgt (omdat $a>0$) $a=\sqrt{3}$ — 1

of

- Als de middelloodlijn van AB door D gaat, dan is driehoek DMB gelijkvormig met driehoek DMA, waarbij M het midden is van lijnstuk AB — 2
- Dus $DA=DB=2$ — 1
- Pythagoras in driehoek OAD geeft $a^2+1^2=2^2$ — 1
- Dus (omdat $a>0$) $a=\sqrt{3}$ — 1

of

- $M(\frac{1}{2},\frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB — 1
- $\begin{pmatrix}1\\-a\end{pmatrix}$ is een richtingsvector van AB — 1
- $\begin{pmatrix}1\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}a\end{pmatrix}$ is een richtingsvector van DM — 1
- $\begin{pmatrix}1\\-a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}a\end{pmatrix}=1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}a^2=0$ — 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a>0$) dat $a=\sqrt{3}$ — 1

of

- $M(\frac{1}{2},\frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB — 1
- Hoek BMD is 90° dus M ligt op de cirkel met middellijn DB — 1
- Een vergelijking van de cirkel met middellijn DB is $x^2+y^2=1$ — 1
- $(\frac{1}{2},\frac{1}{2}a)$ invullen geeft $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}a\right)^2=1$ — 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a>0$) dat $a=\sqrt{3}$ — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Voor de punten $P(x, y)$ op de middelloodlijn van AB geldt $\mathrm{d}(P, A) = \mathrm{d}(P, B)$ — 1
- $x^2 + (y-a)^2 = (x-1)^2 + y^2$ — 1
- De middelloodlijn gaat door D, dus $(-1, 0)$ is een oplossing van deze vergelijking — 1
- Substitutie geeft $1 + a^2 = 4$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het vierde antwoordalternatief en het eerste antwoordelement van het vijfde antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.

17 maximumscore 4

- Het totaal van de puntmassa's heeft gewicht $4 + a$ — 1
- Voor het zwaartepunt Z van de vier puntmassa's geldt $\overrightarrow{OZ} = \frac{a}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$ — 1
- De coördinaten van het zwaartepunt Z zijn dus $\left(0, \frac{a}{4+a}\right)$ (of: de tweede coördinaat van Z is $\frac{a}{4+a}$) — 1
- $\lim\limits_{a \to \infty} \frac{a}{4+a} = \lim\limits_{a \to \infty} \frac{1}{\frac{4}{a}+1} = 1$ (dus de y-coördinaat van P is 1) — 1

of

- Het totaal van de puntmassa's heeft gewicht $4 + a$ — 1
- (Vanwege symmetrie ligt Z op de y-as, en) voor het zwaartepunt Z van de puntmassa's geldt $y_Z = \frac{1}{4+a}(-1 \cdot a + a \cdot 2)$ — 1
- Dus $y_Z = \frac{a}{4+a}$ — 1
- $\lim\limits_{a \to \infty} \frac{a}{4+a} = \lim\limits_{a \to \infty} \frac{1}{\frac{4}{a}+1} = 1$ (dus de y-coördinaat van P is 1) — 1