

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Vulkaan

12 maximumscore 3

- $t = \frac{x}{210 \cos(\alpha)}$ 1

- $y = 2000 + 210 \sin(\alpha) \cdot \frac{x}{210 \cos(\alpha)} - 4,9 \cdot \left(\frac{x}{210 \cos(\alpha)} \right)^2$ 1

- $\frac{4,9}{210^2} = \frac{1}{9000}$, dus $y = 2000 + \tan(\alpha) \cdot x - \frac{1}{9000 \cos^2(\alpha)} \cdot x^2$ 1

of

- $x = 210 \cos(\alpha) \cdot t$ en $y = 2000 + 210 \sin(\alpha) \cdot t - 4,9t^2$ invullen in formule 2 geeft

$$210 \sin(\alpha) \cdot t - 4,9t^2 = \tan(\alpha) \cdot 210 \cos(\alpha) \cdot t - \frac{1}{9000 \cos^2(\alpha)} \cdot (210 \cos(\alpha) \cdot t)^2$$
 1

- Dit geeft $210 \sin(\alpha) \cdot t - 4,9t^2 = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot 210 \cos(\alpha) \cdot t - \frac{44\,100 \cos^2(\alpha) \cdot t^2}{9000 \cos^2(\alpha)}$ 1

- Dit geeft $210 \sin(\alpha) \cdot t - 4,9t^2 = 210 \sin(\alpha) \cdot t - 4,9t^2$ dus deze gelijkheid geldt (voor elke waarde van α en t) (en hiermee is formule 2 bewezen) 1

13 maximumscore 3

- De vergelijking $0 = 2000 + \tan(1) \cdot x - \frac{1}{9000 \cos^2(1)} \cdot x^2$ moet worden opgelost 1

- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1

- De gevraagde afstand is 5100 (meter) (het antwoord -1000 voldoet niet) 1

Opmerking:

Als een leerling de afstand tot de top van de vulkaan berekent, en daarvoor gebruik maakt van $x=5100$ (of nauwkeuriger), dan mogen alle punten al worden toegekend mits het eindantwoord op honderden meters is afgerond.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 4

- Voor een gemeenschappelijk punt moet gelden

$$-\frac{1}{9000} \cdot x^2 + 4250 = -\frac{1 + \tan^2(\alpha)}{9000} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + 2000 \quad 1$$

- Herleiden tot $\frac{\tan^2(\alpha)}{9000} \cdot x^2 - \tan(\alpha) \cdot x + 2250 = 0 \quad 1$

- $D = (-\tan(\alpha))^2 - 4 \cdot \frac{\tan^2(\alpha)}{9000} \cdot 2250 \quad 1$

- $D = \tan^2(\alpha) - \tan^2(\alpha) = 0$ (voor elke α) (dus heeft elke parabool precies één punt gemeenschappelijk met de gestippelde kromme) 1

of

- Er geldt voor formule 3: $\frac{dy}{dx} = \frac{-1 - \tan^2(\alpha)}{4500} \cdot x + \tan(\alpha)$ en voor de

formule van de gestippelde kromme: $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{4500} \cdot x \quad 1$

- Gelijkstellen geeft $x = \frac{4500}{\tan(\alpha)} \quad 1$

- $x = \frac{4500}{\tan(\alpha)}$ invullen in formule 3 geeft:

$$y = \frac{-1 - \tan^2(\alpha)}{9000} \cdot \left(\frac{4500}{\tan(\alpha)}\right)^2 + \tan(\alpha) \cdot \frac{4500}{\tan(\alpha)} + 2000 = -\frac{4500}{2 \tan^2(\alpha)} + 4250 \quad 1$$

- $x = \frac{4500}{\tan(\alpha)}$ invullen in formule 4 geeft:

$$y = -\frac{1}{9000} \cdot \left(\frac{4500}{\tan(\alpha)}\right)^2 + 4250 = -\frac{4500}{2 \tan^2(\alpha)} + 4250 \quad \text{(en dus is er voor}$$

iedere waarde van α een punt waarin de functiewaarden en de afgeleiden aan elkaar gelijk zijn, dus raken de banen in dat punt aan de gestippelde kromme) 1

Opmerking

Als een kandidaat alleen opmerkt dat moet gelden

$$-\frac{1 + \tan^2(\alpha)}{9000} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + 2000 = -\frac{1}{9000} \cdot x^2 + 4250 \quad \text{en}$$

$$\frac{d}{dx} \left(-\frac{1 + \tan^2(\alpha)}{9000} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + 2000 \right) = \frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{9000} \cdot x^2 + 4250 \right), \quad \text{voor deze}$$

vraag 1 scorepunt toekennen.