

**Goniometrische functies**

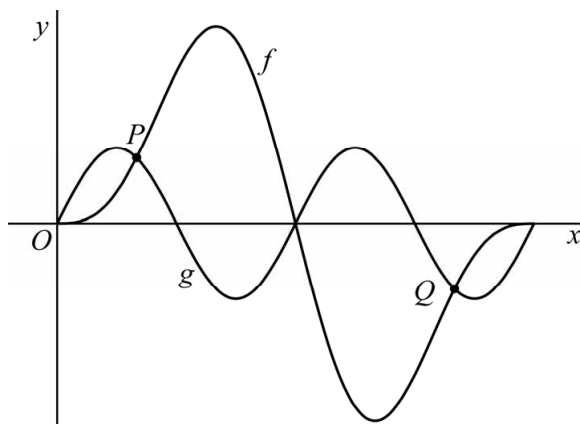
De functies  $f$  en  $g$  worden voor  $0 \leq x \leq 2\pi$  gegeven door:

$$f(x) = 2\sin(x) - \sin(2x)$$

$$g(x) = \sin(2x)$$

De grafieken van  $f$  en  $g$  hebben vijf gemeenschappelijke punten. Drie van deze punten liggen op de  $x$ -as. De andere twee punten zijn  $P$  en  $Q$ . Zie figuur 1.

**figuur 1**

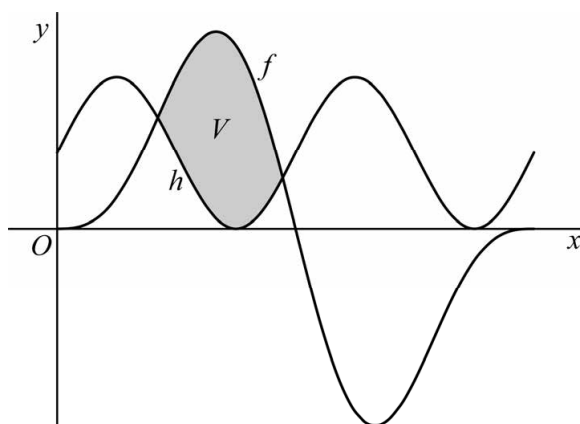


4p 2 Bereken exact de  $x$ -coördinaten van  $P$  en  $Q$ .

De grafiek van  $g$  wordt 1 omhoog geschoven. Zo ontstaat de grafiek van de functie  $h$ . Zie figuur 2.

$V$  is het gebied dat wordt ingesloten door de grafieken van  $f$  en  $h$ . In figuur 2 is dit gebied grijs gemaakt.

**figuur 2**

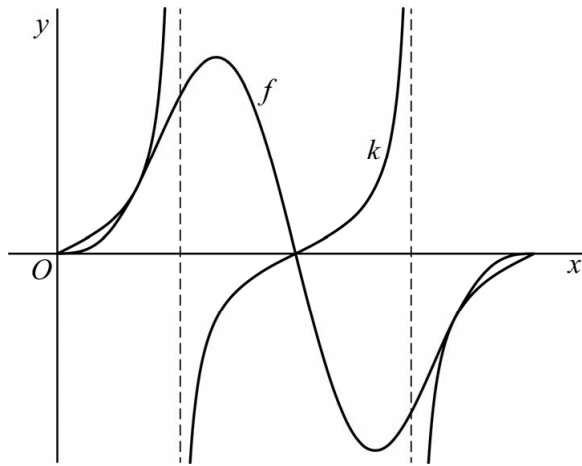


De grafieken van  $f$  en  $h$  snijden elkaar in twee punten. De  $x$ -coördinaten van deze twee punten zijn afgerond 1,33 en 2,97.

5p 3 Bereken de oppervlakte van  $V$  met behulp van primitiveren. Geef je eindantwoord in één decimaal.

De functie  $k$  wordt gegeven door  $k(x) = \frac{1}{2} \tan(x)$ . Zie figuur 3, waarin de grafieken van  $k$  en  $f$  zijn weergegeven.

figuur 3



De grafiek van  $k$  raakt de grafiek van  $f$  in een punt met  $x$ -coördinaat  $\frac{1}{3}\pi$ .

4p 4 Bewijs dat voor  $x = \frac{1}{3}\pi$  de grafieken van  $k$  en  $f$  elkaar inderdaad raken.