

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een derdegraadsfunctie

14 maximumscore 3

- (Voor een punt (x, y) op de grafiek van f ligt punt (y, x) op de grafiek van de inverse van f , dus er geldt) $x = -2 + \sqrt[3]{y-1}$ 1
- Dus $x + 2 = \sqrt[3]{y-1}$, dus $(x + 2)^3 = y - 1$, dus $y = (x + 2)^3 + 1$ 1
- Dit is gelijk aan
 $(x + 2)^2 \cdot (x + 2) + 1 = (x^2 + 4x + 4) \cdot (x + 2) + 1 = x^3 + 6x^2 + 12x + 9$
 $(= f(x), \text{ dus geldt inderdaad } f^{\text{inv}}(x) = -2 + \sqrt[3]{x-1})$ 1

of

- (Voor een punt (x, y) op de grafiek van de inverse van f ligt punt (y, x) op de grafiek van f , dus er geldt) $x = y^3 + 6y^2 + 12y + 9$ 1
- $(y + 2)^3 = (y + 2)^2 (y + 2) = (y^2 + 4y + 4)(y + 2) = y^3 + 6y^2 + 12y + 8$,
dus $x = (y + 2)^3 + 1$ 1
- Herleiden geeft $y = -2 + \sqrt[3]{x-1}$ (dus geldt inderdaad
 $f^{\text{inv}}(x) = -2 + \sqrt[3]{x-1}$) 1

of

- $f(f^{\text{inv}}(x)) = (-2 + \sqrt[3]{x-1})^3 + 6 \cdot (-2 + \sqrt[3]{x-1})^2 + 12 \cdot (-2 + \sqrt[3]{x-1}) + 9$ 1
- $(-2 + \sqrt[3]{x-1})^3 = -8 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt[3]{x-1} + 3 \cdot (-2) \cdot (\sqrt[3]{x-1})^2 + x - 1$ 1
- De rest van de herleiding van $f(f^{\text{inv}}(x))$ tot x (dus geldt inderdaad
 $f^{\text{inv}}(x) = -2 + \sqrt[3]{x-1}$) 1

15 maximumscore 3

- De ondergrens van de integraal is 0, de bovengrens is $f(0) = 9$ 1
- De inhoud van het omwentelingslichaam is gelijk aan
 $\pi \cdot \int_0^9 (-2 + \sqrt[3]{x-1})^2 dx$ 1
- De inhoud is 33,9 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

16 maximumscore 6

- $f'(x) = 3x^2 + 12x + 12$ 1
- Voor P geldt $3x^2 + 12x + 12 = 0$; dit geeft $(x + 2)^2 = 0$, dus $x = -2$ 1
- Voor Q geldt (vanwege de symmetrie in de lijn met vergelijking $y = x$)
 $y = -2$ 1
- ($f(-2) = 1$, dus) $P(-2, 1)$ en $Q(1, -2)$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door P en Q is $(\frac{-2-1}{1-(-2)}) = -1$ 1
- De y -coördinaat van S is dus $1 + 2 \cdot -1 = -1$ 1

of

- $f^{\text{inv}'}(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}}$ 1
- (Als $x \rightarrow 1$, dan $f^{\text{inv}'}(x) \rightarrow \infty$, dus) de grafiek van $f^{\text{inv}}(x)$ heeft een verticale raaklijn als $x = 1$ (en dit is dus de x -coördinaat van Q) 1
- Voor P geldt (vanwege de symmetrie in de lijn met vergelijking $y = x$)
 $y = 1$ 1
- ($f^{\text{inv}}(1) = -2$, dus) $Q(1, -2)$ en $P(-2, 1)$ 1
- (Omdat Q het spiegelbeeld is van P in de lijn met vergelijking $y = x$, geldt) de richtingscoëfficiënt van de lijn door P en Q is -1 1
- De y -coördinaat van S is dus $1 + 2 \cdot -1 = -1$ 1

of

- $f'(x) = 3x^2 + 12x + 12$ 1
- Voor P geldt $3x^2 + 12x + 12 = 0$; dit geeft $(x + 2)^2 = 0$, dus $x = -2$ 1
- $f^{\text{inv}'}(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}}$ 1
- ($f(-2) = 1$, dus) $P(-2, 1)$ en (als $x \rightarrow 1$, dan $f^{\text{inv}'}(x) \rightarrow \infty$, dus) de grafiek van $f^{\text{inv}}(x)$ heeft een verticale raaklijn als $x = 1$ (en dit is dus de x -coördinaat van Q); ($f^{\text{inv}}(1) = -2$, dus) $Q(1, -2)$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door P en Q is $(\frac{-2-1}{1-(-2)}) = -1$ 1
- De y -coördinaat van S is dus $1 + 2 \cdot -1 = -1$ 1