Vraag	Antwoord	Scores

Driehoek in cirkel

15 maximumscore 5

- In driehoek OAM geldt: $\tan(\alpha)=\frac{1}{OA}$ en $\tan(\alpha)=\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ — 1
- Hieruit volgt $OA=\frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$ — 1
- $x_A=\frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}\cdot\cos(\alpha)$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}\cdot\cos(\alpha)=\frac{1}{2}$ kan worden opgelost — 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ — 1

of

- In driehoek OAM geldt: $\sin(\alpha)=\frac{1}{OM}$ ofwel $OM=\frac{1}{\sin(\alpha)}$ — 1
- Met A' de loodrechte projectie van A op de x-as geldt: $MA'=\sin(\alpha)$ — 1
- $x_A=\frac{1}{\sin(\alpha)}-\sin(\alpha)$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{1}{\sin(\alpha)}-\sin(\alpha)=\frac{1}{2}$ kan worden opgelost — 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ — 1

of

- Met A' de loodrechte projectie van A op de x-as geldt: $\tan(\alpha)=\frac{AA'}{OA'}$ — 1
- In driehoek OAA' is $AA'=\frac{1}{2}\tan(\alpha)$ — 1
- In driehoek MAA' is $AA'=\cos(\alpha)$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{1}{2}\tan(\alpha)=\cos(\alpha)$ kan worden opgelost — 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Voor lijn k geldt: $y = ax$ dus voor punt A geldt: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ 1
- Uit $rc_k = a$ volgt dat $rc_{AM} = -\frac{1}{a}$ en een vergelijking van de lijn door A en M is $y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2a}$ 1
- Het snijpunt van deze lijn met de x-as is $M\left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}, 0\right)$ en dan volgt (met behulp van de stelling van Pythagoras) $\left(\frac{1}{2}a^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = 1$ 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarde $a = 1,24...$ gevonden kan worden 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ 1

of

- Er geldt: $\tan(\alpha) = \frac{y_A}{x_A} = \frac{y_A}{\frac{1}{2}} (= 2y_A)$ 1
- $\sin(\angle AMO) = \sin(90° - \alpha) = \frac{y_A}{1} (= y_A)$ 1
- Dus $\tan(\alpha) = 2 \cdot \sin(90° - \alpha)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\tan(\alpha) = 2 \cdot \sin(90° - \alpha)$ kan worden opgelost 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ 1

16 maximumscore 5

- $\angle BMA = (180° - (90° - \alpha) =)\ \alpha + 90°$ 1
- $\angle BMC = (\frac{1}{2}\angle BMA =)\ \frac{1}{2}\alpha + 45°$ 1
- Als α naar 0 nadert, nadert $\angle BMC$ naar $45°$ 1
- Met C' de loodrechte projectie van C op de x-as geldt: $CC' = \sin(\angle BMC)$. Dus (omdat $BM = 1$) de oppervlakte van driehoek MBC is $\frac{1}{2}\sin(45°)$ 1
- Als α naar 0 nadert, nadert de oppervlakte naar $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (en dus is de gevraagde grenswaarde $\frac{1}{4}\sqrt{2}$) 1