

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Asymptoten en raaklijnen

**13 maximumscore 3**

- $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$  (of  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$ ), dus de grafiek van  $f$  heeft een horizontale asymptoot met vergelijking  $y = 1$  1
  - $\lim_{x \uparrow 0} e^{-\frac{1}{x}} = \infty$ , dus de grafiek van  $f$  heeft een verticale asymptoot met vergelijking  $x = 0$  1
  - Dus de grafiek van de inverse functie van  $f$  heeft een horizontale asymptoot met vergelijking  $y = 0$  en een verticale asymptoot met vergelijking  $x = 1$  1
- of
- De inverse functie van  $f$  is gegeven door  $f^{\text{inv}}(x) = \frac{-1}{\ln(x)}$  1
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-1}{\ln(x)} \right) = 0$ , dus de grafiek van de inverse functie van  $f$  heeft een horizontale asymptoot met vergelijking  $y = 0$  1
  - $\lim_{x \downarrow 1} \left( \frac{-1}{\ln(x)} \right) = -\infty$  (of  $\lim_{x \uparrow 1} \left( \frac{-1}{\ln(x)} \right) = \infty$ ), dus de grafiek van de inverse functie van  $f$  heeft een verticale asymptoot met vergelijking  $x = 1$  1

*Opmerking*

*Als de kandidaat bij het tweede antwoordelement van het eerste antwoordalternatief geen limiet gebruikt, maar een argument noemt als ‘voor  $x = 0$  is  $\frac{1}{x}$  en dus  $f$  niet gedefinieerd’, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**14 maximumscore 7**

- Een vergelijking van de raaklijn in  $P$  met  $x$ -coördinaat  $p$  is  

$$y - e^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot e^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p) \text{ (of een gelijkwaardige uitdrukking)}$$
2
  
- De  $x$ -coördinaat van  $S$  is oplossing van de vergelijking  

$$-e^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot e^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p)$$
1
  
- Dit geeft  $x_S = -p^2 + p$  1
- $x_S$  is maximaal als  $-2p + 1 = 0$  1
- Dit geeft  $p = \frac{1}{2}$  1
- De maximale waarde van  $x_S$  is  $\frac{1}{4}$  1
  
- of
  
- De raaklijn die de  $x$ -as snijdt in punt  $S$  met de grootste  $x$ -coördinaat is de raaklijn in het buigpunt van de grafiek van  $f$  1
  
- $f''(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x}} - \frac{2}{x^3} \cdot e^{-\frac{1}{x}}$  1
  
- $f''(x) = 0$  geeft  $\frac{1}{x^4} = \frac{2}{x^3}$  1
  
- De  $x$ -coördinaat van het buigpunt is  $\frac{1}{2}$  1
- De  $y$ -coördinaat van het buigpunt is  $e^{-2}$  1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in het buigpunt is  $4e^{-2}$  1
- Hieruit volgt dat deze raaklijn de  $x$ -as snijdt voor  $x = \frac{1}{4}$  (dus de maximale waarde van  $x_S$  is  $\frac{1}{4}$ ) 1

*Opmerking*

*Voor het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.*