

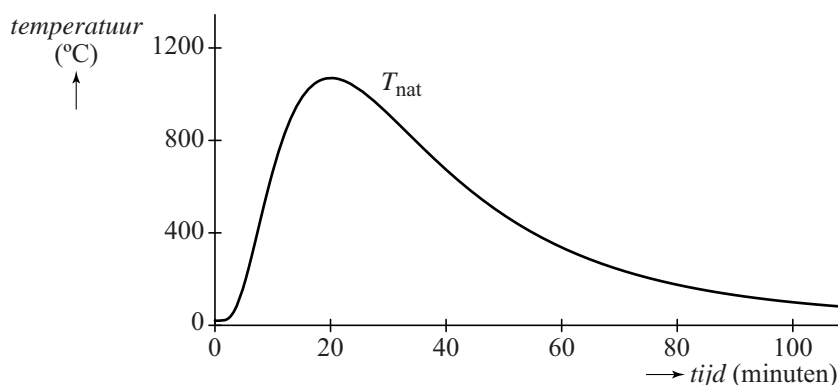
Brandwerendheid van een deur

De (lucht)temperatuur tijdens een bepaald soort **natuurlijke brand** kan worden beschreven met het volgende model:

$$T_{\text{nat}}(t) = 20 + 1050 \cdot e^{-\ln^2(t) + 6\ln(t) - 9}$$

Hierin is T_{nat} de temperatuur in °C en t de tijd in minuten vanaf het begin van de brand. De bijbehorende grafiek is weergegeven in figuur 1.

figuur 1 natuurlijke brand



In de figuur is te zien dat de temperatuur bij deze natuurlijke brand een maximum bereikt.

- 5p 11 Bereken exact deze maximale temperatuur.

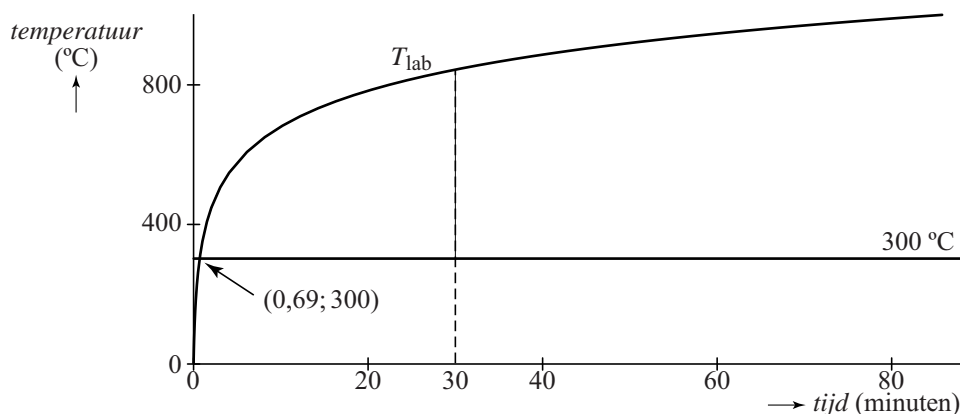
Deuren worden getest op hun brandwerendheid door ze in een laboratorium aan een brand bloot te stellen.

De temperatuur tijdens zo'n **laboratoriumbrand** verloopt anders dan bij de natuurlijke brand, namelijk volgens de formule:

$$T_{\text{lab}}(t) = 20 + 345 \cdot \log(8t + 1)$$

Hierin is T_{lab} de temperatuur in °C en t de tijd in minuten vanaf het begin van de brand. De bijbehorende grafiek is weergegeven in figuur 2.

figuur 2 laboratoriumbrand



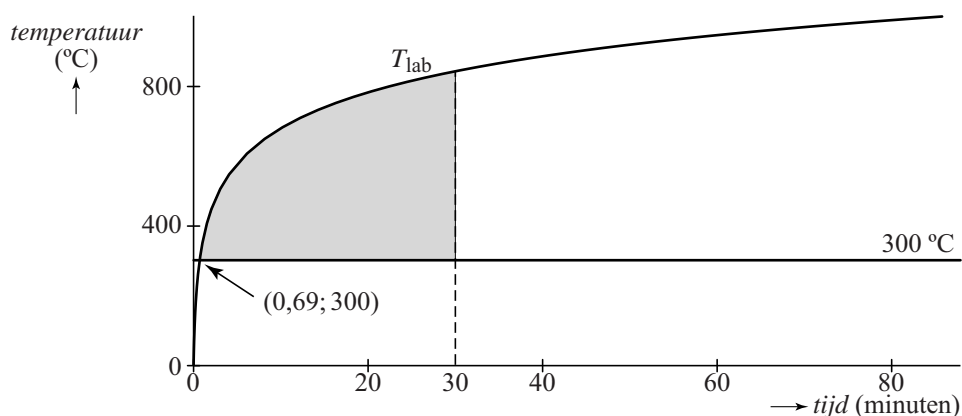
Temperaturen onder de $300\text{ }^\circ\text{C}$ leveren geen blijvende schade aan de deur op. Pas vanaf een temperatuur van $300\text{ }^\circ\text{C}$ heeft een deur onder de brand te lijden. Het tijdstip t waarop deze temperatuur bij de laboratoriumbrand wordt bereikt, is afgerond op twee decimalen $0,69$. Zie figuur 2.

- 4p 12 Bereken algebraïsch het tijdstip t waarop de temperatuur bij de laboratoriumbrand de waarde $300\text{ }^\circ\text{C}$ bereikt. Rond je antwoord af op drie decimalen.

In de rest van deze opgave bekijken we een deur die wordt blootgesteld aan een laboratoriumbrand. Deze deur blijkt precies 30 minuten stand te houden. Men vraagt zich af hoe berekend kan worden of zo'n deur tijdens de natuurlijke brand óók 30 minuten standhoudt.

In figuur 3 is het vlakdeel grijs gemaakt dat wordt ingesloten door de grafiek van T_{lab} , de horizontale lijn met vergelijking $T = 300$ en de verticale lijn met vergelijking $t = 30$.

figuur 3 laboratoriumbrand



De Amerikaan Simon Ingber deed in 1928 de volgende veronderstelling:

De deur bezwijkt tijdens de natuurlijke brand op dát tijdstip t_b , waarvoor geldt dat de oppervlakte tussen de grafiek van T_{nat} , de horizontale lijn met vergelijking $T = 300$ en de verticale lijn met vergelijking $t = t_b$ gelijk is aan de oppervlakte van het grijze vlakdeel in figuur 3.

- 7p 13 Onderzoek of volgens de veronderstelling van Ingber de deur tijdens de natuurlijke brand minstens 30 minuten standhoudt.