

Straal van een waterstraal

In deze opgave kijken we naar water dat uit een cirkelvormige kraanopening stroomt.

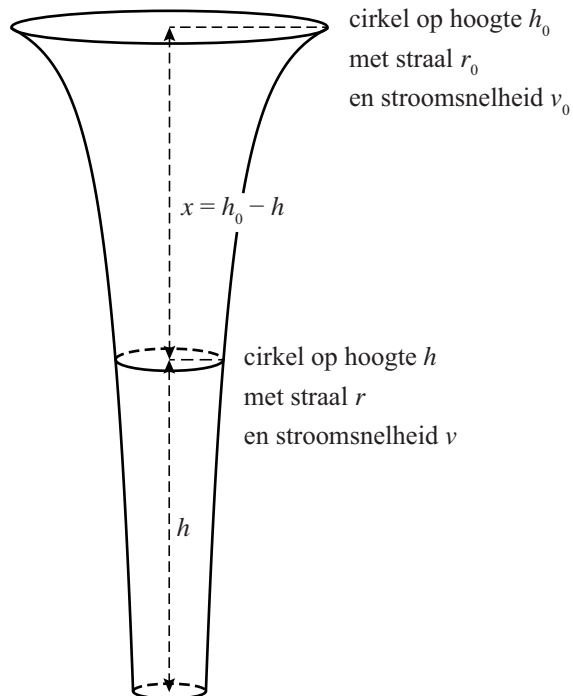
In figuur 1 is de vorm van de waterstraal getekend. Op elke hoogte is de horizontale doorsnede van de waterstraal een cirkel. De straal van die cirkel wordt naar beneden toe steeds kleiner.

Op hoogte h heeft de horizontale doorsnede straal r en is de stroomsnelheid van het water v . De kraanopening heeft straal r_0 en bevindt zich op hoogte h_0 .

De snelheid waarmee het water uit de kraan stroomt, is v_0 .

Het hoogteverschil $h_0 - h$ geven we aan met x .

figuur 1



In de formules van deze opgave is meter de eenheid van lengte en meter per seconde de eenheid van snelheid.

Uit de (natuurkundige) Wet van behoud van energie volgt:

$$v_0^2 + 2gh_0 = v^2 + 2gh \tag{1}$$

Hierin is g de valversnelling van $9,81 \text{ m/s}^2$.

De hoeveelheid water die per seconde op een bepaalde hoogte voorbijstroomt, is voor elke hoogte gelijk. Hieruit is af te leiden:

$$r_0^2 \cdot v_0 = r^2 \cdot v \tag{2}$$

Door formule 1 en formule 2 te combineren kan worden aangetoond:

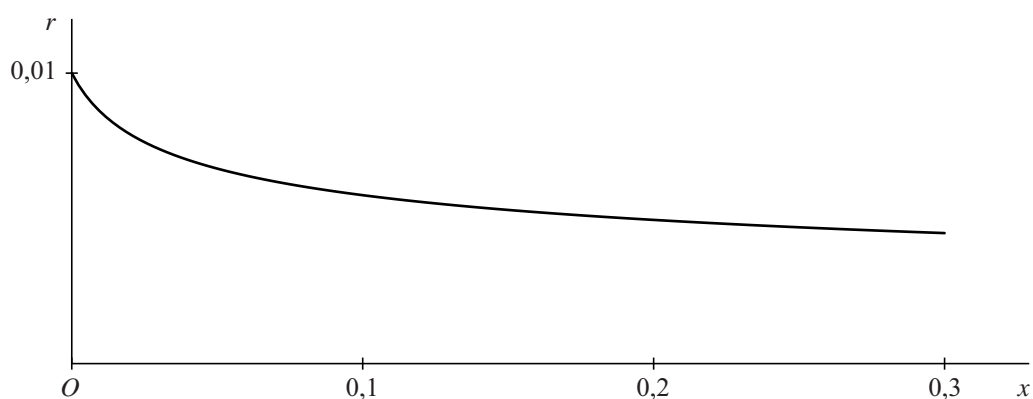
$$r = r_0 \cdot \sqrt[4]{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gx}} \tag{3}$$

5p **6** Toon door formule 1 en formule 2 te combineren aan dat formule 3 juist is.

Een bepaalde kraan heeft een opening met een diameter van 2 cm. De opening bevindt zich 30 cm boven een oppervlak. De kraan wordt zo ver opengedraaid dat $v_0 = 0,5$ m/s.

In figuur 2 is voor deze waterkraan de grafiek getekend die het verband weergeeft tussen het hoogteverschil x en de straal r .

figuur 2



Als deze grafiek wordt gewenteld om de horizontale x -as, ontstaat de vorm van de waterstraal (90 graden linksom gedraaid).

De inhoud van het omwentelingslichaam is gelijk aan de hoeveelheid water waaruit de waterstraal op een bepaald moment bestaat.

- 5p 7 Bereken deze hoeveelheid. Rond je eindantwoord af op een geheel aantal cm^3 .