

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Getransformeerde grafiek

10 maximumscore 3

- $AP = \ln(p^2 + 1) - 1$ en $BP = 1 - \ln\left(\frac{e^2}{p^2 + 1}\right)$ 1
- $BP = 1 - (\ln(e^2) - \ln(p^2 + 1))$ 1
- $BP = 1 - 2 + \ln(p^2 + 1) = \ln(p^2 + 1) - 1 (= AP)$ 1

of

- De y-coördinaat van het midden van lijnstuk AB is $\frac{f(p) + g(p)}{2}$ 1
- $\frac{f(p) + g(p)}{2} = \frac{\ln(p^2 + 1) + \ln\left(\frac{e^2}{p^2 + 1}\right)}{2} = \frac{\ln(p^2 + 1) + 2 - \ln(p^2 + 1)}{2}$
(of $\frac{\ln(e^2)}{2}$) 1
- $\frac{f(p) + g(p)}{2} = \frac{2}{2} = 1$, dus het midden van lijnstuk AB is P , dus $AP = BP$ 1

11 maximumscore 5

- (Vanwege de symmetrie in de lijn met vergelijking $y = 1$ geldt) de inhoud is gelijk aan $2 \cdot \pi \int_0^1 x^2 dy$, met $y = \ln(x^2 + 1)$ 2
- $y = \ln(x^2 + 1)$ herleiden tot $x^2 = e^y - 1$ 1
- Een primitieve van $e^y - 1$ is $e^y - y$ 1
- De inhoud is $2\pi(e - 2)$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

12 maximumscore 8

- Een vergelijking van de verschoven grafiek is $y = \ln((x-2)^2 + 1)$ 1
 - Voor de x -coördinaat van het snijpunt geldt $x^2 + 1 = (x-2)^2 + 1$ 1
 - Hieruit volgt $x = 1$ 1
 - $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ 1
 - De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in het snijpunt is $f'(1) = 1$ 1
 - De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de verschoven grafiek is $f'(-1) = -1$ (of $\frac{2(1-2)}{(1-2)^2 + 1} = -1$) 2
 - Het product van de richtingscoëfficiënten is -1 (dus de grafieken snijden elkaar loodrecht) 1
- of
- Een vergelijking van de verschoven grafiek is $y = \ln((x-2)^2 + 1)$ 1
 - Voor de x -coördinaat van het snijpunt geldt $x^2 + 1 = (x-2)^2 + 1$ 1
 - Hieruit volgt $x = 1$ 1
 - $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ 1
 - De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in het snijpunt is $f'(1) = 1$ 1
 - De afgeleide die hoort bij de verschoven grafiek is $\frac{dy}{dx} = \frac{2(x-2)}{(x-2)^2 + 1}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
 - De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de verschoven grafiek is $\frac{2(1-2)}{(1-2)^2 + 1} = -1$ 1
 - Het product van de richtingscoëfficiënten is -1 (dus de grafieken snijden elkaar loodrecht) 1
- of

Vraag	Antwoord	Scores
	<ul style="list-style-type: none"> • $f(-x) = \ln((-x)^2 + 1) = f(x)$ (voor elke waarde van x) 	2
	<ul style="list-style-type: none"> • Uit de verschuiving (en de symmetrie) volgt $x = 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van f in het snijpunt is $f'(1) = 1$ 	1
	<ul style="list-style-type: none"> • De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de verschoven grafiek is $f'(-1) = -1$ (of $\frac{2(1-2)}{(1-2)^2 + 1} = -1$) 	2
	<ul style="list-style-type: none"> • Het product van de richtingscoëfficiënten is -1 (dus de grafieken snijden elkaar loodrecht) 	1