Vraag	Antwoord	Scores

Raaklijnen aan twee parabolen

9 maximumscore 6

- De toppen van de parabolen zijn $(0,-1)$ en $(0,3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0,1)$ — 1
- Voor de x-coördinaten van de raakpunten moet gelden $f'(x)=\frac{f(x)-1}{x}$, waarbij $f(x)=x^2+3$ (of $f(x)=-x^2-1$) — 1
- Dit geeft $2x=\frac{x^2+2}{x}$ — 1
- $x=\sqrt{2}$ of $x=-\sqrt{2}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y=-2\sqrt{2}\cdot x+1$ en $y=2\sqrt{2}\cdot x+1$ — 2

of

- De toppen van de parabolen zijn $(0,-1)$ en $(0,3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0,1)$ (en zijn dus van de vorm $y=ax+1$) — 1
- In het raakpunt van de raaklijn en de dalparabool zijn de hellingen gelijk, dus voor de x-coördinaat van het raakpunt geldt $a=2x$, ofwel $x=\frac{1}{2}a$ — 1
- Het raakpunt ligt op de raaklijn, dus $y=a\cdot\frac{1}{2}a+1=\frac{1}{2}a^2+1$ — 1
- Het raakpunt ligt op de dalparabool, dus $y=\left(\frac{1}{2}a\right)^2+3=\frac{1}{4}a^2+3$ — 1
- $\frac{1}{2}a^2+1=\frac{1}{4}a^2+3$ geeft $a=\sqrt{8}$ of $a=-\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y=\sqrt{8}\cdot x+1$ en $y=-\sqrt{8}\cdot x+1$ — 1

of

- De toppen van de parabolen zijn $(0,-1)$ en $(0,3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0,1)$ (en zijn dus van de vorm $y=ax+1$) — 1
- De lijn $y=ax+1$ is raaklijn aan de parabool $y=x^2+3$ als de discriminant van de vergelijking $x^2+3=ax+1$ gelijk aan 0 is — 1
- Daaruit volgt $a^2-8=0$ — 2
- Dit geeft $a=\sqrt{8}$ of $a=-\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y=\sqrt{8}\cdot x+1$ en $y=-\sqrt{8}\cdot x+1$ — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- De lijn $y = ax + b$ is raaklijn aan de parabool $y = x^2 + 3$ als de discriminant van de vergelijking $x^2 + 3 = ax + b$ gelijk aan 0 is — 1
- Daaruit volgt $a^2 - 4(3 - b) = 0$ — 1
- Evenzo leidt het nul stellen van de discriminant van de vergelijking $-x^2 - 1 = ax + b$ tot $a^2 - 4(b + 1) = 0$ — 1
- Uit deze twee vergelijkingen volgt $b = 1$ en $a^2 = 8$ — 1
- Dit geeft $a = \sqrt{8}$ of $a = -\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = \sqrt{8} \cdot x + 1$ en $y = -\sqrt{8} \cdot x + 1$ — 1

of

- De raakpunten zijn $(p, p^2 + 3)$ en $(-p, -p^2 - 1)$ (voor zekere waarden van p) — 1
- De lijn door deze punten heeft richtingscoëfficiënt $\dfrac{2p^2 + 4}{2p}$ — 1
- (Met de afgeleide vinden we:) de helling in de raakpunten is $2p$ — 1
- $\dfrac{2p^2 + 4}{2p} = 2p$ geeft $p = -\sqrt{2}$ of $p = \sqrt{2}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = -2\sqrt{2} \cdot x + 1$ en $y = 2\sqrt{2} \cdot x + 1$ — 2