5 Driehoek bij een vierdegraadsfunctie

14. Eerst reken je de x-coördinaat van het punt A uit. Dit doe je door $f_p(x)$ te differentiëren:

$$f_p'(x) = 4x - 4px^3.$$

De x-coördinaat vind je vervolgens door de vergelijking $f_p'(x) = 0$ op te lossen:

$$\begin{aligned} 4x - 4px^3 &= 0, \\ 4x4px^3, \\ x = 0 \bigvee 4 &= 4px^2, \\ x = 0 \bigvee \frac{1}{p} &= x^2. \end{aligned}$$

De oplossing $x = 0$ is de oorsprong. De oplossing $\frac{1}{p} = x^2$ leidt tot $x_A = \frac{1}{\sqrt{p}}$ of $x_B = -\frac{1}{\sqrt{p}}$. De positieve oplossing hiervan is de x-coördinaat van A. Nu je de x-coördinaat van A kent ga je de y-coördinaat vinden. Dit doe je door de x-coördinaat in te vullen in $f_p(x)$:

$$y_A = f_p\left(\frac{1}{\sqrt{p}}\right) = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{2}{p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}.$$

Nu je beide coördinaten van A hebt kun je de afstand van A tot de oorsprong bepalen. Deze is gelijk aan

$$|OA| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}}.$$

Ook weet je dat $|AB| = 2x_A = \frac{2}{\sqrt{p}}$. Je moet nu de vergelijking $|OA| = |AB|$ oplossen. Dit doe je door te kwadrateren aan beide kanten:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}} &= \frac{2}{\sqrt{p}}, \\ \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} &= \frac{4}{p}, \\ \frac{1}{p^2} &= \frac{3}{p}, \\ p &= 3p^2, \\ p = 0 \bigvee 3p &= 1, \\ p = 0 \bigvee p &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$