4 Een eivorm

11. Je wilt weten voor welke 2 waarden voor x geldt dat $f(x) = 0$. Kwadrateren van de vergelijking geeft

$$\frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3} = 0,$$
$$\frac{1}{36}(87x - 3x^2 - 2x^3) = 0,$$
$$x = 0 \bigvee 87 - 3x - 2x^2 = 0.$$

De ABC-formule geeft vervolgens het antwoord:

$$x = \frac{3 + \sqrt{(-3)^2 + 4 \cdot 87 \cdot 2}}{2 \cdot (-2)} \approx -7,39\,\text{cm},$$
$$x = \frac{3 - \sqrt{(-3)^2 + 4 \cdot 87 \cdot 2}}{2 \cdot (-2)} \approx 5,89\,\text{cm}.$$

Het negatieve antwoord correspondeert niet met het punt dat gezocht wordt, aangezien je weet dat hij ei langs de positieve x-as ligt. De gevraagde lengte is dus 5,89 cm.

12. De inhoud I van het ei is gelijk aan:

$$\begin{aligned}
I &= \pi \int_0^{5,89} (f(x))^2\,\mathrm{d}x, \\
&= \pi \int_0^{5,89} \frac{1}{36}(87x - 3x^2 - 2x^3)\,\mathrm{d}x, \\
&= \frac{\pi}{36} \int_0^{5,89} 87x - 3x^2 - 2x^3\,\mathrm{d}x, \\
&= \frac{\pi}{36}\left[\frac{87}{2}x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4\right]_{x=0}^{x=5,89}, \\
&= \left(\frac{87}{2} \cdot 5,89^2 - 5,89^3 - \frac{1}{2} \cdot 5,89^4\right) - \left(\frac{87}{2} \cdot 0^2 - 0^3 - \frac{1}{2} \cdot 0^4\right), \\
&\approx 61\,\text{cm}^3.
\end{aligned}$$

13. Je wilt weten bij welke x de breedte van het ei nog meer gelijk is aan de breedte van het ei bij $x = 4,3$ cm. Je moet dus de vergelijking $f(x) = f(4,3)$ oplossen. Dit doe je met de GR. Op de Ti-84 plus voer je de volgende twee formules in:

$$y_1 = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3},$$
$$y_2 = \frac{1}{6}\sqrt{87 \cdot 4.3 - 3 \cdot 4.3^2 - 2 \cdot 4.3^3}.$$

Calc intersect geeft nu twee snijpunten, namelijk $x \approx 4,3$ en $x \approx 2,3$. Het snijpunt bij 4,3 cm was al bekend, dus het tweede punt is wat je wilt hebben. Het ei is echter ook omgedraaid, dus de 2,3 cm is gemeten vanaf wat nu de onderkant is. Aangezien de lengte van het ei 5,89 cm is, steekt het ei $5,89 - 2,3 \approx 3,6$ cm uit.