4 Tussen twee sinusgrafieken

8. De oppervlakte A is gelijk aan

$$\begin{aligned}
A &= \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi} f(x) - g(x)\,\mathrm{d}x,\\
&= \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi} \sin x - \sin(x + \tfrac{1}{3}\pi)\,\mathrm{d}x,\\
&= \left[-\cos x + \cos(x + \tfrac{1}{3}\pi)\right]_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi},\\
&= -\cos(\tfrac{4}{3}\pi) + \cos(\tfrac{4}{3}\pi + \tfrac{1}{3}\pi) + \cos(\tfrac{1}{3}\pi) - \cos(\tfrac{1}{3}\pi + \tfrac{1}{3}\pi),\\
&= -\cos(\tfrac{4}{3}\pi) + \cos(\tfrac{5}{3}\pi) + \cos(\tfrac{1}{3}\pi) - \cos(\tfrac{2}{3}\pi),\\
&= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2},\\
&= 2.
\end{aligned}$$

9. Voor in het tentamen staan enkele goniometrische formules. Deze gebruik je om de twee sinusen op te tellen:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\left(f(x) + g(x)\right) &= \frac{1}{2}\left(\sin x + \sin(x + \tfrac{1}{3}\pi)\right),\\
&= \sin\left(\frac{x + x + \frac{1}{3}\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x - x - \frac{1}{3}\pi}{2}\right),\\
&= \sin(x + \tfrac{1}{6}\pi) \cdot \cos(-\tfrac{1}{6}\pi),\\
&= \sin(x + \tfrac{1}{6}\pi) \cdot \tfrac{1}{2}\sqrt{3}.
\end{aligned}$$

Je concludeert dat $a = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ en $b = \frac{1}{6}\pi$.