2 Het standaard proefglas

3. De inhoud I van de voet en de steel zijn gelijk aan

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{55,3} \pi f(x)^2 \,\mathrm{d}x, \\ &= \pi \int_0^{55,3} \left(4,5 + 28,0 \cdot e^{-0,452x}\right)^2 \,\mathrm{d}x. \end{aligned}$$

Deze integraal hoef je niet zelf uit te rekenen. Dit mag met de GR. Je voert op de Ti-84 plus de volgende formule in:

$$y_1 = \pi \left(4,5 + 28,0 \cdot e^{-0,452x}\right)^2.$$

Nu gebruik je de functie $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ met de grenzen $0,0$ en $55,3$ om het antwoord te vinden. Dit blijkt gelijk te zijn aan $7994\,\mathrm{mm}^3 \approx 8\,\mathrm{cm}^3$.

4. Je weet dat de kromme OE beschreven wordt door $y = a \cdot x^2$, met a een nog onbekende constante. Je weet ook dat de top van CD ten opzichte van kromme OE 87,5 naar rechts en 32,5 naar boven is verplaatst. Voor de verschuiving naar rechts vervang je x door $x - 87,5$, en voor de verschuiving naar boven tel je 32,5 bij y op. Je krijgt dan $y = a \cdot (x - 87,5)^2 + 32,5$. Nu moet je de constante a nog bepalen. Om dit te doen vul je de coördinaten van D in in de laatste formule. Je kunt de resulterende vergelijking dan oplossen voor a:

$$\begin{aligned} a \cdot (155,0 - 87,5)^2 + 32,5 &= 23,0, \\ a \cdot (155,0 - 87,5)^2 &= 23,0 - 32,5, \\ a &= \frac{23,0 - 32,5}{(155,0 - 87,5)^2} \approx -0,002. \end{aligned}$$

De formule voor kromme CD is dus gegeven door $y = -0,002 \cdot (x - 87,5)^2 + 32,5$.

5. Noem de x-coördinaat van het punt P h. Dan is de inhoud van V gelijk aan

$$\begin{aligned} I_V &= \pi \int_{55,3}^{h} g(x)^2 \,\mathrm{d}x, \\ &= \pi \int_{55,3}^{h} -x^2 + 175x - 6600 \,\mathrm{d}x, \\ &= \pi \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{175}{2}x^2 - 6600x \right]_{55,3}^{h}, \\ &= \pi \left(-\frac{1}{3}h^3 + \frac{175}{2}h^2 - 6600h \right) - \pi \left(-\frac{55,3^3}{3} + \frac{175 \cdot 55,3^2}{2} - 6600 \cdot 55,3 \right). \end{aligned}$$

Je wilt nu weten voor welke h de bovenstaande uitdrukking gelijk is aan 50 ml, oftewel $50000\,\mathrm{mm}^3$. Hiervoor voer je de volgende twee vergelijkingen in in de GR. Op de Ti-84 plus krijg je dit:

$$y_1 = \pi\left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{175}{2}x^2 - 6600x\right) - \pi\left(-\frac{55,3^3}{3} + \frac{175 \cdot 55,3^2}{2} - 6600 \cdot 55,3\right),$$

$y_2 = 50000.$

Nu gebruik je calc intersect om het snijpunt te vinden. Dit blijkt $x = h \approx 81$ te zijn. De x-coördinaat van het punt P is dus 81.