

1 Een regenton

1. Voor het volume van het omwentelingslichaam geldt de volgende formule:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^h (r(x))^2 dx, \\ &= \pi \int_0^h \frac{5 + 15x - 15x^2}{100} dx, \\ &= \pi \left[\frac{5x + \frac{15}{2}x^2 - 5x^3}{100} \right]_0^h, \\ &= \pi \cdot \frac{5h + \frac{15}{2}h^2 - 5h^3}{100}, \\ &= \frac{\pi}{40} \cdot (2h + 3h^2 - 2h^3). \end{aligned}$$

2. Als de ton vol is geldt $h = 1$. Hierbij hoort een volume van $V = \frac{\pi}{40}(2 \cdot 1 + 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1^3) = \frac{3\pi}{40}$. Als de ton voor drie vierde deel gevuld is, geldt dus $V_{3/4} = \frac{3}{4} \cdot V = \frac{9\pi}{40}$. Je moet nu kijken welke waarde van h hiermee overeenkomt. Je moet dus de vergelijking $\frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3) = \frac{9\pi}{40}$ oplossen. Dit doe je met de GR. Op de Ti-84 plus voer je de volgende twee formules in:

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{\pi}{40}(2x + 3x^2 - 2x^3), \\ y_2 &= \frac{9\pi}{40}. \end{aligned}$$

Nu vind je met calc intersect dat $h = x \approx 0,72$ m, oftewel 72 cm.