

Rij en oppervlakte

De functie f is gegeven door

$$f(x) = \frac{1}{x+1}.$$

De oppervlakte van het vlakdeel dat ingesloten wordt door de grafiek van f en de lijnen $x = 0$, $x = 1$ en $y = 0$ kunnen we benaderen met een Riemann-ondersom R_n .

R_n is de totale oppervlakte van n

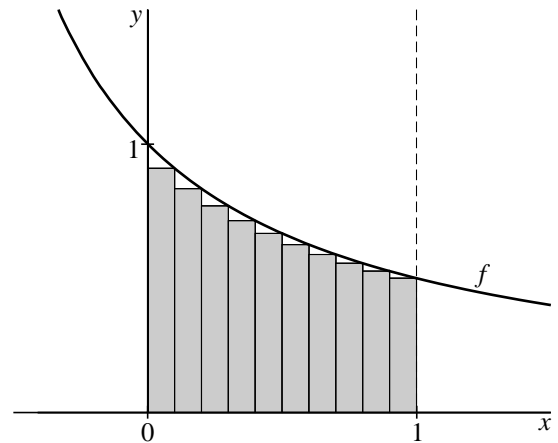
rechthoeken van breedte $\frac{1}{n}$.

De hoogte van de i -de rechthoek van

links is $f\left(\frac{i}{n}\right) = \frac{1}{\frac{i}{n}+1}$, voor $i = 1, 2, \dots, n$.

Figuur 1 illustreert de Riemann-ondersom R_{10} .

figuur 1



- 3p **16** Bereken de Riemann-ondersom R_{100} in vier decimalen nauwkeurig.

Uit de gegevens is af te leiden dat voor de Riemann-ondersom R_n geldt:

$$R_n = \frac{1}{1+n} + \frac{1}{2+n} + \dots + \frac{1}{2n}.$$

- 3p **17** Geef deze afleiding.
- 4p **18** Bereken exact de waarde van $R_{100} - R_{99}$.

De rij $R_1, R_2, R_3, R_4, \dots$ heeft een limiet. Deze limiet is te berekenen met behulp van de functie f .

- 4p **19** Bereken deze limiet exact.