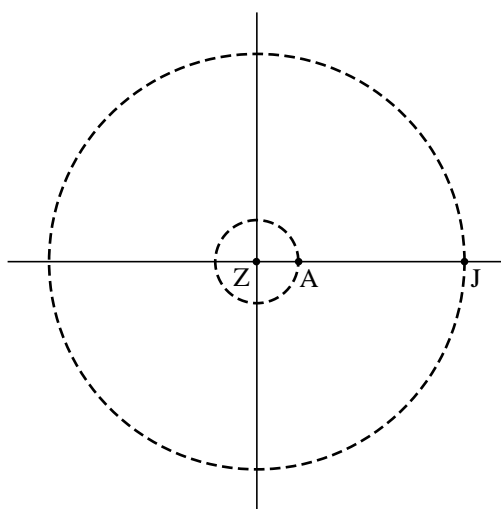


Jupiter en Aarde

De planeten Jupiter en Aarde draaien om de zon. In deze opgave doen we de werkelijkheid enigszins geweld aan met de volgende vereenvoudigingen:

- de banen van Jupiter en Aarde zijn cirkelvormig
- de banen liggen in één vlak
- Jupiter en Aarde hebben constante snelheid
- Jupiter en Aarde zijn puntvormig
- de omlooptijd van Aarde is 1 jaar
- de omlooptijd van Jupiter is 12 jaar
- de afstand Jupiter-Zon is 5 keer zo groot als de afstand Aarde-Zon

figuur 1



We kiezen een assenstelsel in het vlak waar Jupiter en Aarde zich bewegen met Zon in de oorsprong en als lengte-eenheid de astronomische eenheid (AE); dat is de afstand Aarde-Zon.

Aarde heeft in dit model de bewegingsvergelijkingen: $x_A = \cos 2\pi t$, $y_A = \sin 2\pi t$.

De bewegingsvergelijkingen van Jupiter zijn: $x_J = 5 \cos \frac{1}{6}\pi t$, $y_J = 5 \sin \frac{1}{6}\pi t$.

Hierbij is t de tijd in jaren.

In figuur 1 staat een schets van de situatie op tijdstip $t = 0$.

De onderlinge afstand tussen Jupiter en Aarde op tijdstip t is, volgens de stelling van Pythagoras, $\sqrt{(x_A - x_J)^2 + (y_A - y_J)^2}$ AE.

Met behulp van de bewegingsvergelijkingen kan aangetoond worden dat deze afstand gelijk is aan $\sqrt{26 - 10 \cos(\frac{11}{6}\pi t)}$ AE.

5p **11** Toon dit aan.

5p **12** Bereken op algebraïsche wijze met welke snelheid de afstand tussen Aarde en Jupiter verandert op tijdstip $t = 3$. Geef je antwoord in AE/jaar, afgerond op twee decimalen.