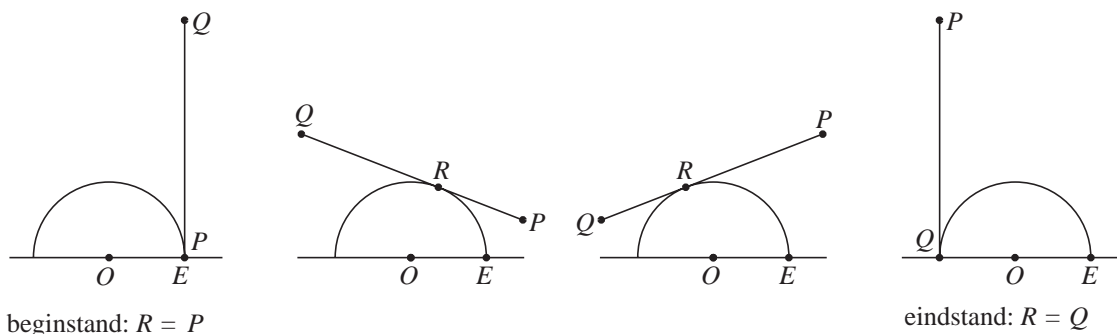


Een buiteling

Een lijnstuk PQ met een lengte van π meter buitelt over een halve cirkel waarvan de straal OE 1 meter is. In figuur 1 zijn de beginstand, twee tussenstanden en de eindstand getekend. Het punt waarin PQ raakt aan de halve eenheidscirkel noemen we R . Dus op elk moment staat PQ loodrecht op OR en is het lijnstuk PR even lang als de cirkelboog ER .

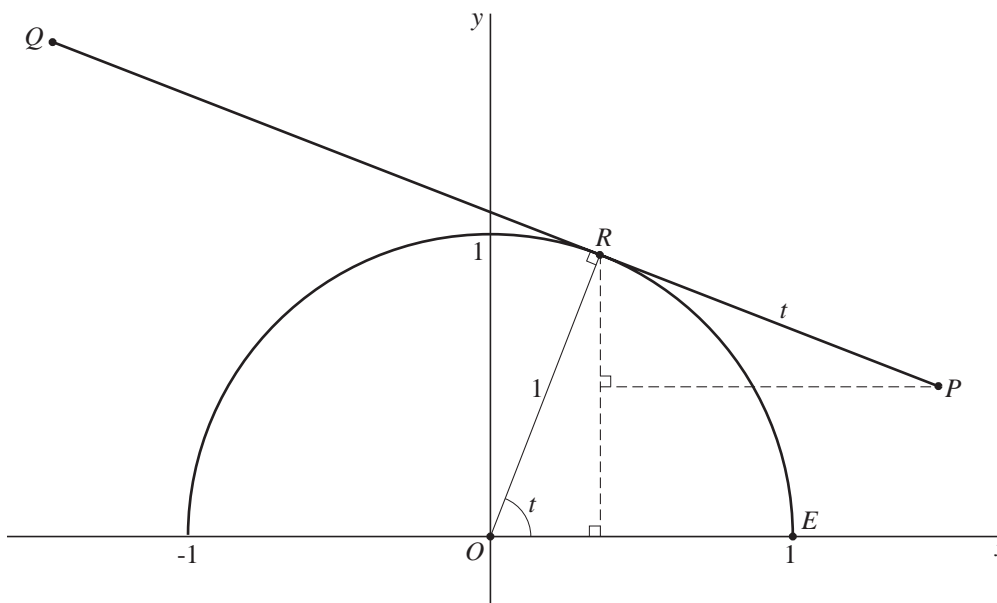
figuur 1



Het lijnstuk buitelt zó dat R met snelheid 1 m/s over de halve cirkel beweegt. Op tijdstip 0 begint PQ aan de buiteling; dan is het punt P nog in het punt E .

Er wordt een rechthoekig assenstelsel aangebracht zo dat O het punt $(0, 0)$ is en E het punt $(1, 0)$. Zie figuur 2.

figuur 2



In figuur 2 is het lijnstuk PQ op tijdstip t getekend voor een waarde van t tussen 0 en π . Omdat de straal van de halve cirkel 1 m is en de snelheid van R gelijk is aan 1 m/s, geldt $\angle EOR = t$ (rad) en $RP = t$ (m).

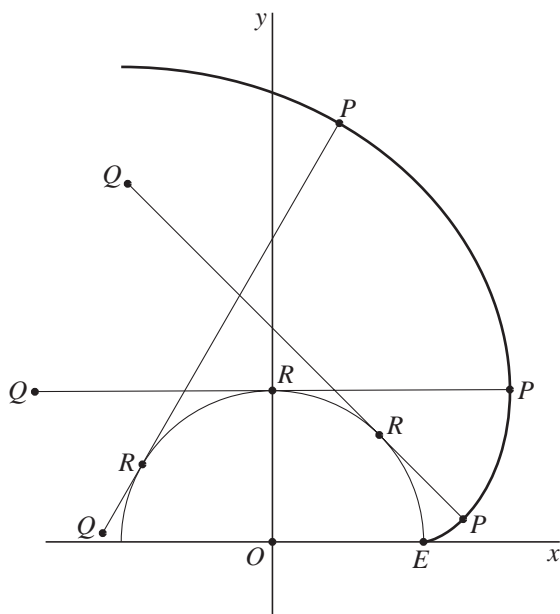
Figuur 2 staat ook op de uitwerkbijlage.

Voor de coördinaten van P geldt:
$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) + t \cdot \sin(t) \\ y(t) = \sin(t) - t \cdot \cos(t) \end{cases} \text{ met } 0 \leq t \leq \pi.$$

5p **7** Toon de juistheid aan van de formule voor $x(t)$ met $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$.

In figuur 3 zijn drie standen van PQ getekend en de gehele baan van P .

figuur 3



De grootte van de snelheid in m/s van het punt P na t seconden noemen we $v(t)$. Er geldt: $v(t) = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}$.

Hieruit volgt: $v(t) = t$.

6p **8** Toon dit aan.

3p **9** Bereken exact de lengte van de baan van P .

uitwerkbijlage

7

