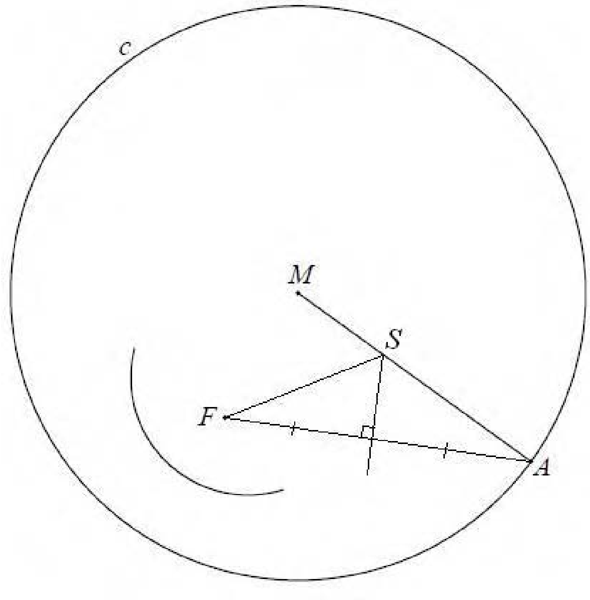
6 Ellips in een cirkel

13. Het snijpunt van de ellips met de straal AF ligt even ver van F als van de cirkel c. Het ligt dus even ver van F als van A. Hoe vind je dit punt? Je tekent de middelloodlijn van AF. Vervolgens is het punt dat je zoekt het snijpunt van de middelloodlijn met AF. Dit snijpunt noem ik even S. Je ziet in de afbeelding hieronder dat de driehoeken die je dan krijgt congruent zijn. Ze hebben namelijk een gelijke hoek (de rechte hoek), en ze hebben twee gelijke zijden (de zijden aangrenzend aan de rechte hoek). Omdat deze driehoeken congruent zijn moeten AS en FS dus ook gelijk zijn, en daarom ligt S dus op de ellips e.



14. B ligt op de ellips. B ligt dus even ver van de cirkel als van F. Het ligt dus even ver van A als van F, oftewel $BA = BF$. Dit betekent dat driehoek $\triangle BFA$ gelijkbenig is, en dus dat $\angle BFA = \angle BAF$. Vanwege de hoekensom van een driehoek geldt:

$$\angle FBA = 180° - \angle BFA - \angle BAF$$

Omdat deze laatste hoeken gelijk zijn wordt dit:

$$\angle FBA = 180° - 2 \cdot \angle BAF$$

Vanwege een gestrekte hoek geldt:

$$\angle MBF = 180° - \angle FBA = 180° - (180° - 2 \cdot \angle BAF) = 2 \cdot \angle BAF$$

Dit is precies wat je wilde bewijzen.