2 Onnodig ingewikkeld?

3. Eerst kun je S uitrekenen. Je weet L_0, namelijk 170 cm, en je wilt weten voor welke t geldt dat $L = 168$. Je wilt dus weten voor welke t geldt dat $S = \frac{L}{L_0} = \frac{168}{170}$. Dit vul je in in de formule voor S:

$$\begin{aligned}
\frac{168}{170} &= \ln(-0.00216t + 2.7183) \\
e^{\frac{168}{170}} &= -0.00216t + 2.7183 \\
0.00216t &= 2.7183 - e^{\frac{168}{170}} \\
t &= \frac{2.7183 - e^{\frac{168}{170}}}{0.00216} \\
t &\approx 14.73
\end{aligned}$$

Na 14.73 uur, oftewel $14.73 \cdot 60 \approx 884$ minuten, is meneer Jansen dus 2.0 cm korter geworden.

4. Eerst reken je uit wat de eerste afgeleide is. Denk wel aan de kettingregel:

$$\begin{aligned}
S &= \ln(-0.00216t + 2.7183) \\
S &= \ln(u) \text{ met } u = -0.00216t + 2.7183 \\
S' &= \frac{1}{u} \cdot u' \text{ en } u' = -0.00216 \\
S' &= \frac{1}{-0.00216t + 2.7183} \cdot -0.00216 \\
S' &= \frac{-0.00216}{-0.00216t + 2.7183}
\end{aligned}$$

Nu reken je de tweede afgeleide uit. Hierbij moet je letten op de quotiëntregel:

$$\begin{aligned}
S'' &= \frac{(-0.00216t + 2.7183) \cdot 0 - (-0.0216) \cdot -0.0216}{(-0.00216t + 2.7183)^2} \\
S'' &= \frac{-0.00216^2}{(-0.00216t + 2.7183)^2}
\end{aligned}$$

Een kwadraat is altijd positief, dus 0.00216^2 en $(-0.00216t+2.7183)^2$ zijn allebei positief. De tweede afgeleide van S is dus altijd negatief, en dus is er toenemende daling.

5. Je wilt weten wat het grootste verschil in S tussen de twee formules is. Het verschil tussen de twee formules noem ik V. Je krijgt dan:

$$\begin{aligned}
V &= \ln(-0,00216t + 2,7183) - (-0,0008t + 1,0000) \\
V &= \ln(-0.00216t + 2.7183) + 0.0008t - 1.0000
\end{aligned}$$

Nu wil je weten wanneer V maximaal is. Er staat niet dat het algebraïsch moet, dus het mag met de rekenmachine. (Ik heb hier V zo gedefinieerd zodat V tussen 0 en 16 positief is. Dan moet ik dus het maximum vinden. Als ik V had gedefinieerd als $-0.0008t + 1.0000 - \ln(-0.00216t + 2.7183)$, dan was V tussen 0 en 16 negatief geweest, en had ik dus het minimum moeten vinden. Dat had ook prima gewerkt, dus als jij het zo hebt gedaan is het niet fout.) Ik laat hier zien hoe het op de Ti-84 plus moet. Je voert een formule in:

$$y_1 = \ln(-0.00216t + 2.7183) + 0.0008t - 1.0000$$

Nu gebruik je calc maximum, en je vindt $V_{\text{max}} = 2.9551 \cdot 10^{-5}$. Dit is het maximale verschil in S. Je wilt het maximale verschil in de lengte van meneer Jansen weten. Dit verschil noem ik ΔL. Er geldt $S = \frac{L}{L_0}$, dus geldt er ook $V_{\text{max}} = \frac{\Delta L_{\text{max}}}{L_0}$. Meneer Jansen is 170 cm lang als hij opstaat, dus:

$$\begin{aligned} 2.9551 \cdot 10^{-5} &= \frac{\Delta L_{\text{max}}}{170} \\ \Delta L_{\text{max}} &= 170 \cdot 2.9551 \cdot 10^{-5} \\ \Delta L_{\text{max}} &\approx 0.0050 \end{aligned}$$

Het maximale verschil in de berekende lengte van meneer Jansen is dus 0.0050 cm.