Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Een rij

1 maximumscore 4

- Voor de limiet geldt: $u = \dfrac{1}{2-u}$ — 1
- $2u - u^2 = 1$ — 1
- Dit schrijven als $u^2 - 2u + 1 = 0$ — 1
- De (enige) oplossing: $u = 1$ — 1

2 maximumscore 5

- n vervangen door $n-1$ in $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ geeft $u_{n-1} = \dfrac{n}{n+1}$ — 1
- Dit en $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ invullen in $u_n = \dfrac{1}{2-u_{n-1}}$ geeft $\dfrac{n+1}{n+2} = \dfrac{1}{2-\dfrac{n}{n+1}}$ — 1
- Dit schrijven als $\dfrac{n+1}{n+2} = \dfrac{n+1}{2(n+1)-n}$ — 2
- Dit herleiden tot $\dfrac{n+1}{n+2} = \dfrac{n+1}{n+2}$ (en dus voldoet $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ voor elke $n \geq 1$ aan de gegeven recursievergelijking) — 1

of

- n vervangen door $n-1$ in $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ geeft $u_{n-1} = \dfrac{n}{n+1}$ — 1
- Dit invullen in $u_n = \dfrac{1}{2-u_{n-1}}$ geeft $u_n = \dfrac{1}{2-\dfrac{n}{n+1}}$ — 1
- Dit schrijven als $u_n = \dfrac{n+1}{2(n+1)-n}$ — 2
- Dit herleiden tot $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ (en dus voldoet $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ voor elke $n \geq 1$ aan de gegeven recursievergelijking) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Onnodig ingewikkeld?

3 maximumscore 4

- Uitgerekend moet worden het tijdstip t waarbij $S = \frac{168{,}0}{170{,}0}$ $(\approx 0{,}9882)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{168{,}0}{170{,}0} = \ln(-0{,}00216t + 2{,}7183)$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van de vergelijking: $t \approx 14{,}73$ uur 1
- Het antwoord: na (ongeveer) 884 minuten (ofwel 14 uur en 44 min.) 1

4 maximumscore 6

- $S' = \dfrac{-0{,}00216}{-0{,}00216t + 2{,}7183}$ $\left(= \dfrac{0{,}00216}{0{,}00216t - 2{,}7183}\right)$ 2
- $S'' = -\dfrac{0{,}00216^2}{(0{,}00216t - 2{,}7183)^2}$ 2
- (omdat $0{,}00216^2$ en $(0{,}00216t - 2{,}7183)^2$ beide voor elke waarde van t positief zijn, geldt:) S'' is voor elke waarde van t negatief 1
- Dus er is sprake van toenemende daling 1

5 maximumscore 4

- Voor het (positieve) verschil V dat de formules kunnen opleveren geldt: $V = \ln(-0{,}00216t + 2{,}7183) - (-0{,}0008t + 1{,}0000)$ 1
- Beschrijven hoe het maximum van V gevonden kan worden 1
- Dit maximum is $2{,}9551 \cdot 10^{-5}$ 1
- Het maximale verschil voor de lengte van meneer Jansen is dus $170{,}0 \cdot 2{,}9551 \cdot 10^{-5} \approx 0{,}0050$ cm (of 0,005 cm) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Gelijkzijdige driehoeken

6 **maximumscore 3**

- $\angle ACB = 60°$, dus $\angle ACD = 180° - 60° = 120°$; *(gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek), gestrekte hoek* 1
- $\angle ACD + \angle AED = 120° + 60° = 180°$ 1
- Dus is *ACDE* een koordenvierhoek; *omgekeerde koordenvierhoekstelling* 1

7 **maximumscore 5**

- *ACDE* is een koordenvierhoek, dus *ACDE* heeft een omgeschreven cirkel 1
- $\angle DAE = \angle DCE$; *constante hoek* 1
- $\angle DCE = \angle DBA = 60°$; *F-hoeken, (gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek)* 1
- Hieruit volgt $\angle DAE = 60°$ 1
- $\angle AED = \angle DAE = 60°$ geeft $\angle ADE = 60°$, dus driehoek *EAD* is gelijkzijdig; *hoekensom driehoek, (gelijkbenige driehoek)* 1

of

- *ACDE* is een koordenvierhoek, dus *ACDE* heeft een omgeschreven cirkel 1
- $\angle ADE = \angle ACE$; *constante hoek* 1
- $\angle ACE = \angle BAC = 60°$; *Z-hoeken, (gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek)* 1
- Hieruit volgt $\angle ADE = 60°$ 1
- $\angle AED = \angle ADE = 60°$ geeft $\angle DAE = 60°$, dus driehoek *EAD* is gelijkzijdig; *hoekensom driehoek, (gelijkbenige driehoek)* 1

8 **maximumscore 4**

- Het tekenen van de lijn door *C* evenwijdig aan *AB* 1
- Het tekenen van *M*, het snijpunt van deze lijn met *m* 1
- De tekening van driehoek *AKM* 1
- Een toelichting, waarbij verwezen wordt naar de stam van vraag 6 en 7 1

of

- Het tekenen van de lijn door *B* evenwijdig aan *AC* 1
- Het tekenen van *M*, het snijpunt van deze lijn met *m* 1
- De tekening van driehoek *AKM* 1
- Een toelichting, waarbij verwezen wordt naar de stam van vraag 6 en 7 1

Vraag	Antwoord	Scores

Evenwijdige lijnen

9 maximumscore 8

- De oppervlakte van het gebied ingesloten door de grafiek van *f*, de *x*-as en de *y*-as is $\int_0^4 (4 - \frac{1}{4}x^2)\,dx$ — 1
- Een primitieve van $4 - \frac{1}{4}x^2$ is $4x - \frac{1}{12}x^3$ — 1
- $\left[4x - \frac{1}{12}x^3\right]_0^4 = 10\frac{2}{3}$ — 1
- De oppervlakte van het bovenste vlakdeel is $\frac{1}{2}c^2 - 10\frac{2}{3}$ — 1
- De oppervlakte van het onderste vlakdeel is $10\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 = 2\frac{2}{3}$ — 1
- Beide oppervlakten zijn gelijk als $\frac{1}{2}c^2 - 10\frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$, dus als $\frac{1}{2}c^2 = 13\frac{1}{3}$ ofwel $c^2 = 26\frac{2}{3} = \frac{80}{3}$ — 2
- $c = \sqrt{\frac{80}{3}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

Een leugendetector

10 maximumscore 3

- De verwachtingswaarde is $1\cdot 0{,}88 + 4\cdot 0{,}25$ — 2
- Het antwoord: 1,88 — 1

11 maximumscore 5

- De kans dat de leugenaar als leugenaar wordt aangewezen en de waarheidsprekers niet is $0{,}88\cdot 0{,}75^4 \approx 0{,}2784$ — 2
- De kans dat de leugenaar niet als leugenaar wordt aangewezen en één van de waarheidsprekers wel is $0{,}12\cdot 4\cdot 0{,}25\cdot 0{,}75^3 \approx 0{,}0506$ — 2
- Het antwoord: ongeveer 0,33 (of ongeveer 33%) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

12 maximumscore 5

- Het aantal waarheidsprekers die als leugenaar worden aangewezen, X, is binomiaal verdeeld met n = 10 en p is de kans dat een waarheidspreker als leugenaar wordt aangewezen 1
- Gevraagd wordt de grootste waarde van x zo dat $\text{P}(X \geq 1 \mid n = 10, p = x) \leq 0{,}50$ 1
- Beschrijven hoe $\text{P}(X \geq 1 \mid n = 10, p = x) = 0{,}50$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van deze vergelijking is $x \approx 0{,}06697$ 1
- De grootste waarde van x die aan de ongelijkheid voldoet, is ongeveer 0,066 (of 0,06) 1

of

- Als p de kans is dat een waarheidspreker als leugenaar wordt aangewezen, dan is de kans dat geen van de waarheidsprekers aangewezen wordt als leugenaar $(1-p)^{10}$ 1
- Gevraagd wordt de grootste waarde van p zo dat $1-(1-p)^{10} \leq 0{,}50$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $1-(1-p)^{10} = 0{,}50$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van deze vergelijking is $p \approx 0{,}06697$ 1
- De grootste waarde van p die aan de ongelijkheid voldoet, is ongeveer 0,066 (of 0,06) 1

Ellips in een cirkel

13 maximumscore 3

- Het tekenen van de middelloodlijn van FA en het snijpunt van deze lijn met MA 2
- Toelichting: het gevraagde punt ligt op MA en heeft gelijke afstanden tot F en de cirkel, dus ligt op de middelloodlijn van FA 1

14 maximumscore 4

- $BF = BA$, want B ligt op de ellips 1
- $\angle BFA = \angle BAF$; *gelijkbenige driehoek* 1
- $\angle FBA = 180° - 2 \cdot \angle BAF$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle MBF = 180° - \angle FBA$, dus $\angle MBF = 2 \cdot \angle BAF = 2 \cdot \angle MAF$; *gestrekte hoek* 1

Vraag	Antwoord	Scores

Bebuikte rechthoeken

15 **maximumscore 6**

- De oppervlakte van elke cirkelsector is $\frac{t}{2\pi} \cdot \pi \cdot 4^2 = 8t$ — 2
- Elke driehoek heeft oppervlakte $\frac{1}{2} \cdot 4\cos t \cdot 4\sin t$ — 2
- $O(t) = 2 \cdot 8t + 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\cos t \cdot 4\sin t = 16t + 48 \cdot \sin t \cdot \cos t$ — 1
- Dus $O(t) = 16t + 24 \cdot 2\sin t \cos t = 16t + 24 \cdot \sin 2t$ — 1

16 **maximumscore 4**

- De hoogte is 4, dus $\sin t = \frac{2}{4}$ — 1
- Dit geeft $t = \frac{1}{6}\pi$ — 1
- De oppervlakte is dan $2\frac{2}{3}\pi + 12\sqrt{3}$ — 2

17 **maximumscore 7**

- $O'(t) = 16 + 48 \cdot \cos 2t$ — 2
- O is maximaal als $\cos 2t = -\frac{1}{3}$ — 1
- Dit geeft $1 - 2\sin^2 t = -\frac{1}{3}$ en dus $\sin^2 t = \frac{2}{3}$ — 2
- Hieruit volgt (omdat $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) $\sin t = \sqrt{\frac{2}{3}}$ — 1
- De hoogte is $8 \cdot \sin t = 8 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$ $(= \frac{8}{3}\sqrt{6})$ — 1