Eindexamen wiskunde B1-2 vwo 2006-I

4 Beoordelingsmodel

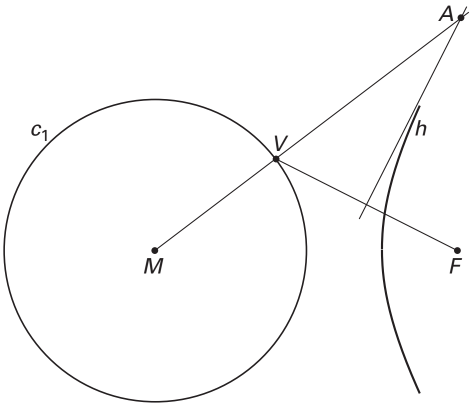
	Antwoorden	Deel-scores
	Sauna	
	Maximumscore 4	
1 □	• $200-180\cdot e^{-0,29t}=100$	1
	• beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
	• de oplossing $t\approx 2,027$	1
	• het tijdstip 17:02 uur	1
	Maximumscore 4	
2 □	• $S'(t)=-180\cdot -0,29\cdot e^{-0,29t}$	2
	• $S'(1)\approx 39,06$	1
	• het antwoord 0,7 (°C/min)	1
	Maximumscore 4	
3 □	• Uit $S=200-180\cdot e^{-0,29t}$ volgt $180\cdot e^{-0,29t}=200-S$	1
	• $e^{-0,29t}=\dfrac{200-S}{180}$	1
	• $-0,29t=\ln\dfrac{200-S}{180}$	1
	• $t=\dfrac{\ln\dfrac{200-S}{180}}{-0,29}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking)	1

Antwoorden | Deel-scores

Een tak van een hyperbool

Maximumscore 3

4 □
- A ligt op de lijn MV — 1
- A ligt op de middelloodlijn van FV — 1
- een tekening van A als snijpunt van de lijn MV en de middelloodlijn van FV — 1



Maximumscore 7

5 □
- P ligt op de cirkel met middellijn MF, dus $\angle MPF = 90°$; *omgekeerde stelling van Thales* — 1
- R en S zijn de middens van PF en MF, dus ΔMFP is gelijkvormig met ΔSFR ; *zhz* — 1
- Hieruit volgt: $\angle SRF = 90°$ en $SR = \frac{1}{2} MP$ — 1
- De cirkels zijn even groot, dus $MP = SF$, dus $SR = \frac{1}{2} SF$ — 1
- $\angle SRF = 90°$, dus ligt R op de cirkel met middellijn SF ; *stelling van Thales* — 1
- T is het midden van SF, dus T is het middelpunt van de cirkel en $TR = TS = TF = \frac{1}{2} SF$ — 1
- $TR = TS = SR$ (combinatie van het bovenstaande) (dus driehoek RST is gelijkzijdig) — 1

of

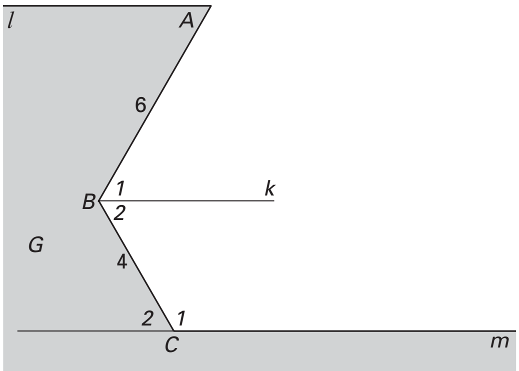
- P ligt op de cirkel met middellijn MF, dus $\angle MPF = 90°$; *omgekeerde stelling van Thales* — 1
- De cirkels zijn even groot, dus $MF = 2MP$ en dus $\angle FMP = 60°$ — 1
- R en S zijn de middens van PF en MF, dus ΔMFP is gelijkvormig met ΔSFR ; *zhz*; dus $\angle SRF = 90°$ en $\angle FSR = 60°$ — 1
- $\angle SRF = 90°$, dus ligt R op de cirkel met middellijn SF; *stelling van Thales* — 1
- T is het midden van SF, dus T is het middelpunt van de cirkel en $TR = TS$ — 1
- Hieruit volgt: $\angle SRT = \angle TSR = \angle FSR = 60°$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- Dus $\angle STR = 60°$ en driehoek RST is gelijkzijdig; *hoekensom driehoek (en gelijkbenige driehoek)* — 1

of

- $FS = MS = PS$ (= straal c_2) en $MS = MP$ (= straal c_1) dus $FS = MP = PS$ — 1
- R en S zijn de middens van PF en MF, dus ΔMFP is gelijkvormig met ΔSFR ; *zhz* — 1
- Hieruit volgt: $SR = \frac{1}{2} MP$ — 1
- Op dezelfde manier kan aangetoond worden dat ΔPSF gelijkvormig is met ΔRTF, waaruit volgt $RT = \frac{1}{2} PS$ — 2
- T is het midden van SF, dus $ST = \frac{1}{2} SF$ — 1
- $ST = SR = RT$ (combinatie van het bovenstaande) (dus driehoek RST is gelijkzijdig) — 1

Opmerking
Als de verwijzingen 'stelling van Thales' en 'omgekeerde stelling van Thales' verwisseld zijn, hiervoor geen punten aftrekken.

Antwoorden	Deel-scores
Knock-out-systeem	
Maximumscore 4	
6 ☐ • De kans dat speler 1 de finale bereikt is $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$	1
• Voor speler 16 is deze kans eveneens $\frac{1}{8}$	1
• De kans is $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2}$	1
• De kans is $\frac{1}{128}$ (of ongeveer 0,008)	1
Maximumscore 4	
7 ☐ • De kansen op precies 1, 2, 3 en 4 spelletjes zijn respectievelijk $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ en $\frac{1}{8}$	3
• De verwachtingswaarde is $1\frac{7}{8}$ (of 1,875)	1
of	
• Bij de 15 spelletjes is $2 \cdot 15 = 30$ keer (of $16 + 8 + 4 + 2 = 30$ keer) een speler betrokken	3
• Het gemiddelde aantal spelletjes per speler is $\frac{30}{16} = 1\frac{7}{8}$ (of 1,875)	1
Maximumscore 5	
8 ☐ • Het aantal vrouwelijke winnaars V is binomiaal verdeeld met $n = 52$ en $p = 0,5$	1
• Gezocht wordt de kleinste waarde van g met $P(V \geq g) < 0,05$	1
• beschrijven hoe die waarde van g gevonden kan worden	1
• De kleinste waarde van g is 33	1
• De abnormaal hoge aantallen zijn 33 en groter	1
Isolijnen, dichtbij en veraf	
Maximumscore 5	
9 ☐ • het tekenen van een geschikte hulplijn, bijvoorbeeld lijn k door B parallel aan l	1
• $\angle B_1 = \angle A = 60°$; *Z-hoeken*	1
• $\angle B_2 = 120° - \angle B_1 = 60°$	1
• m naar links verlengen, geeft $\angle C_2 = 180° - \angle C_1 = 180° - 120° = 60°$; *gestrekte hoek*	1
• $\angle C_2$ en $\angle B_2$ zijn gelijke Z-hoeken, dus is m evenwijdig met k en dus met l	1

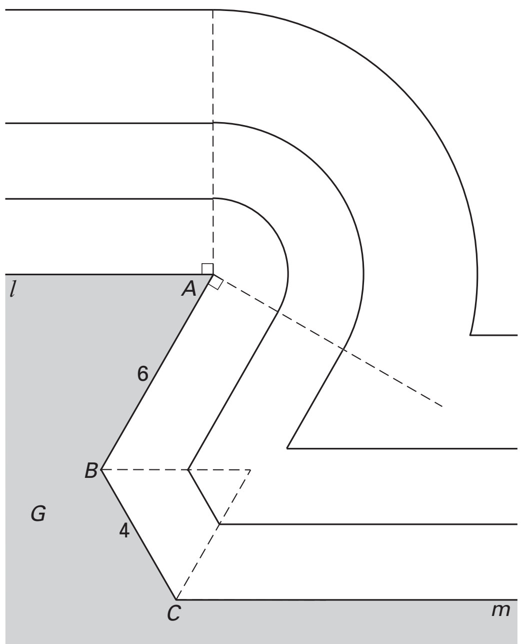


of	
• het verlengen van m en AB zodat ze elkaar snijden in een punt (D)	2
• In driehoek BCD geldt: $\angle B = 180° - 120° = 60°$ en $\angle C = 180° - 120° = 60°$; *gestrekte hoek*	1
• In driehoek BCD geldt: $\angle D = 180° - \angle B - \angle C = 180° - 60° - 60° = 60°$; *hoekensom driehoek*	1
• $\angle A = \angle D$ dus l is evenwijdig met m; *Z-hoeken*	1

Antwoorden	Deel-scores

Maximumscore 6

10 □	• de iso-2-lijn: halve lijn, cirkelboog, twee lijnstukken, halve lijn	2
	• de iso-4-lijn: halve lijn, cirkelboog, lijnstuk, halve lijn	2
	• de iso-7-lijn: halve lijn, cirkelboog, halve lijn	2



Opmerking
Voor elke niet-correcte aansluiting een punt aftrekken.

Maximumscore 5

11 □	• De punten P liggen op de conflictlijn van A en m	1
	• Deze conflictlijn is een parabool (met brandpunt A en richtlijn m)	1
	• het juiste beginpunt: het snijpunt van de bissectrice van $\angle(AB, m)$ en de loodlijn in A op AB	1
	• de tekening	2

Opmerking
Als uitsluitend afzonderlijke punten van de verzameling getekend zijn, ten hoogste 2 punten toekennen voor deze vraag.

Antwoorden	Deel-scores

Oppervlakte van een trapezium

Maximumscore 4

12 □	• V = de oppervlakte van driehoek OAP + de oppervlakte van driehoek OPQ	1
	• De oppervlakte van driehoek OAP is $\frac{1}{2}\cdot OA\cdot y_P = \frac{1}{2}\sin t$	1
	• De oppervlakte van driehoek OPQ is $\frac{1}{2}\cdot OQ\cdot QP = \frac{1}{2}\sin t\cos t$	1
	• de rest van de herleiding	1
	of	
	• $V = \frac{1}{2}(OA + PQ)\cdot OQ$	1
	• $V = \frac{1}{2}\cdot(1+\cos t)\cdot\sin t$	2
	• de rest van de herleiding	1
	of	
	• V = de oppervlakte van rechthoek $OP'PQ$ + de oppervlakte van driehoek APP', waarbij P' de loodrechte projectie van P op de x-as is	1
	• De oppervlakte van rechthoek $OP'PQ$ is $\cos t\cdot\sin t$	1
	• De oppervlakte van driehoek APP' is $\frac{1}{2}(1-\cos t)\cdot\sin t$	1
	• de rest van de herleiding	1

Maximumscore 5

13 □	• Voor de gezochte waarde van t geldt: $V'(t) = 0$	1
	• $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\cos 2t$	2
	• beschrijven hoe de oplossing van de vergelijking $\cos t + \cos 2t = 0$ gevonden kan worden	1
	• $t \approx 1{,}05$ (of $t = \frac{1}{3}\pi$)	1

Maximumscore 6

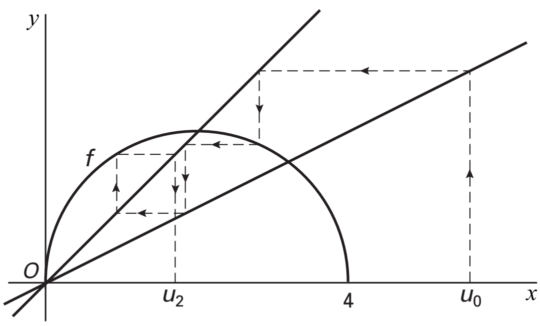
14 □	• De oppervlakte van het gebied dat wordt ingesloten door de grafiek van V, de t-as en de lijn $t = \frac{1}{2}\pi$ is $\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(\frac{1}{2}\sin t + \frac{1}{4}\sin 2t)\mathrm{d}t$	1
	• Een primitieve van $\frac{1}{2}\sin t + \frac{1}{4}\sin 2t$ is $-\frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{8}\cos 2t$	2
	• De integraal is gelijk aan $\frac{3}{4}$	1
	• De oppervlakte van het gebied dat wordt ingesloten door de t-as, de y-as en de lijnen $t = \frac{1}{2}\pi$ en $y = k$ is $\frac{1}{2}\pi\cdot k$	1
	• $\frac{1}{2}\pi\cdot k = \frac{3}{4}$ geeft $k = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}\pi}$ (of $\frac{3}{2\pi}$)	1

Een halve cirkel

Maximumscore 5

15 □	• De raaklijn in $(x, f(x))$ is evenwijdig aan de lijn $y = x$ als $f'(x) = 1$	1
	• $f'(x) = \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}$	2
	• beschrijven hoe de vergelijking $\frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} = 1$ opgelost kan worden	1
	• De x-coördinaat is ongeveer 0,6	1

Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 6	
16 ☐ • De inhoud van het omwentelingslichaam is $\pi\int_0^2\left(\sqrt{4x-x^2}\right)^2\,\mathrm{d}x-\pi\int_0^2 x^2\,\mathrm{d}x$	2
• de primitieven $2x^2-\frac{1}{3}x^3$ en $\frac{1}{3}x^3$	2
• De inhoud is $\frac{8}{3}\pi$	2
of	
• inhoud omwentelingslichaam = inhoud halve bol − inhoud kegel	1
• De inhoud van de halve bol is $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3$	2
• De inhoud van de kegel is $\frac{1}{3}\cdot 2\cdot\pi\cdot 2^2$	2
• De inhoud is $\frac{8}{3}\pi$	1
Maximumscore 2	
17 ☐ • $\frac{1}{2}u_3=\frac{2}{5}$	1
• $u_4=\sqrt{4\cdot\frac{2}{5}-(\frac{2}{5})^2}=\frac{6}{5}$ (of 1,2)	1
Maximumscore 4	
18 ☐ • de eerste twee lijnstukken van de 'webgrafiek' die begint in (u_0, 0) (tot het punt ($\frac{1}{2}u_0$, $\frac{1}{2}u_0$))	1
• de volgende twee lijnstukken (tot het punt (u_1, u_1))	1
• de volgende twee lijnstukken (tot het punt ($\frac{1}{2}u_1$, $\frac{1}{2}u_1$))	1
• de volgende twee lijnstukken en u_2 op de x-as tekenen	1



Maximumscore 5	
19 ☐ • De limiet is een oplossing van de vergelijking $\sqrt{4\cdot\frac{1}{2}x-(\frac{1}{2}x)^2}=x$	2
• herleiden tot $2x-\frac{1}{4}x^2=x^2$	1
• beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch opgelost kan worden	1
• De positieve limiet is $\frac{8}{5}$	1