4 Beoordelingsmodel

Antwoorden	Deel-scores
Reistijd	
Maximumscore 3	
1 □ • De snelheid is op de heenreis 20 + v km/u en op de terugreis 20 – v km/u	1
• De heenreis duurt $\frac{10}{20+v}$ uur en de terugreis $\frac{10}{20-v}$ uur	1
• Deze twee opgeteld geeft de totale reistijd	1
Maximumscore 3	
2 □ • Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $\frac{10}{20+v}+\frac{10}{20-v}=2$	1
• beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden	1
• het antwoord 14,14 (km/u)	1
Maximumscore 6	
3 □ • Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v	1
• $T'(v)=\frac{-10}{(20+v)^2}-\frac{-10}{(20-v)^2}$	2
• Wegens (0 <) 20 – v < 20 + v geldt: $\frac{10}{(20-v)^2}>\frac{10}{(20+v)^2}$	2
• de conclusie	1
of	
• Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v	1
• $T'(v)=\frac{-10}{(20+v)^2}-\frac{-10}{(20-v)^2}$	2
• $T'(v)=\frac{800v}{(20+v)^2(20-v)^2}$	2
• de conclusie	1
Maximumscore 5	
4 □ • Er moet worden berekend: $\frac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))$	2
• beschrijven hoe met de GR deze berekening uitgevoerd kan worden	1
• $\frac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))\approx 1{,}099$ uur	1
• het antwoord 66 minuten	1
Maximumscore 6	
5 □ • Het gemiddelde is $\frac{1}{10}\int_0^{10}\left(\frac{10}{20+v}+\frac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v$	2
• Een primitieve van T is $10\ln(20+v)-10\ln(20-v)$	2
• $\frac{1}{10}\int_0^{10}\left(\frac{10}{20+v}+\frac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v=\frac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$	1
• de herleiding van $\frac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$ tot $\ln 3$	1

Antwoorden	Deel-scores

Maximumsnelheid

Maximumscore 4

6 □	• De werkelijke snelheid X is normaal verdeeld met $\mu = 70$ en $\sigma = 70 \cdot 0{,}015$	1
	• De gevraagde kans is $P(X \geq 70 \cdot 1{,}03 \mid \mu = 70$ en $\sigma = 70 \cdot 0{,}015)$	1
	• beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden	1
	• Afgerond op drie decimalen is dit inderdaad gelijk aan 0,023	1

Maximumscore 4

7 □	• $\mu = v$ geeft $\sigma = 0{,}015v$	1
	• de ondergrens $1{,}03v$	1
	• $z = \dfrac{1{,}03v - v}{0{,}015v}$ (= 2) is onafhankelijk van v	1
	• De gevraagde kans $P(X \geq 1{,}03v \mid \mu = v$ en $\sigma = 0{,}015v)$ is dus ook onafhankelijk van v	1

Opmerking
Als de bedoelde kans voor een aantal waarden van de maximumsnelheden berekend is, ten hoogste 2 punten toekennen voor deze vraag.

Maximumscore 4

8 □	• Het aantal keren X dat hij gewaarschuwd wordt, is binomiaal verdeeld met $n = 200$ en $p = 0{,}023$	1
	• $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$	1
	• beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden	1
	• het antwoord 0,84	1

Achtervolging

Maximumscore 4

9 □	• P en Q vallen voor het eerst samen als $\frac{11}{10}t = t + \frac{2}{3}\pi$	2
	• het antwoord: na ongeveer 21 seconden	2
	of	
	• P moet $\frac{2}{3}\pi$ rad inhalen	1
	• P loopt per seconde $\frac{1}{10}$ rad in op Q	2
	• Dus P haalt Q voor het eerst in na $\dfrac{\frac{2}{3}\pi}{\frac{1}{10}} \approx 21$ seconden	1

Maximumscore 5

10 □	• $\dfrac{x_P(t) + x_Q(t)}{2} = \dfrac{5\cos\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\cos\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\cos\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	2
	• $\dfrac{y_P(t) + y_Q(t)}{2} = \dfrac{5\sin\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\sin\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\sin\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	2
	• $\varphi(t) = 5\cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	1

Antwoorden	Deel-scores

Snijpunten met een ellips

Maximumscore 4

11 □	• S_1 ligt op de conflictlijn dus $S_1A = S_1F$	1
	• Dus is S_1 het snijpunt van de middelloodlijn van AF met AB	1
	• Evenzo is S_2 het snijpunt van de middelloodlijn van BF met AB	1
	• de tekening	1

Maximumscore 5

12 □	• $PX = PF$, dus $\angle PXF = \angle PFX$ $(= x)$; *gelijkbenige driehoek*	1
	• $QY = QF$, dus $\angle QYF = \angle QFY$ $(= y)$; *gelijkbenige driehoek*	1
	• $x + \beta + y = 180°$ (1) ; *hoekensom driehoek*	1
	• (1) gecombineerd met $x + \alpha + y = \beta$ geeft $\beta - \alpha = 180° - \beta$	1
	• $2\beta = \alpha + 180°$ geeft $\beta = \frac{1}{2}\alpha + 90°$	1

Exponentiële functie

Maximumscore 5

13 □	• $f'(x) = -e^{-x}$	1
	• De richtingscoëfficiënt van lijn AB is $\frac{1}{e} - 1$	1
	• Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $-e^{-x} = \frac{1}{e} - 1$	1
	• beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
	• $x \approx 0{,}46$	1

Maximumscore 7

14 □	• De oppervlakte van W is $\frac{1}{2}\left(e^{-a} + e^{-(a+1)}\right)$	2
	• De oppervlakte van V is $\int_a^{a+1} e^{-x}\,dx$	1
	• Een primitieve van e^{-x} is $-e^{-x}$	1
	• De oppervlakte van V is $-e^{-(a+1)} + e^{-a}$	1
	• de verhouding $\dfrac{\frac{1}{2}\left(e^{-a} + e^{-(a+1)}\right)}{e^{-a} - e^{-(a+1)}}$ herleiden tot $\dfrac{\frac{1}{2}\left(1 + e^{-1}\right)}{1 - e^{-1}}$ (of $\dfrac{\frac{1}{2}(e+1)}{e-1}$) (dus onafhankelijk van a)	2

Antwoorden	Deel-scores

Vijf punten op een cirkel

Maximumscore 6

15 ☐	• De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig	1
	• $\angle M_1EA = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$ en $\angle M_1BD = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$; *gelijkbenige driehoek* en *hoekensom driehoek*	2
	• $\angle M_1EA + \angle AED = 180°$	1
	• Dus $\angle M_1BD + \angle AED = 180°$	1
	• Hieruit volgt dat vierhoek $ABDE$ een koordenvierhoek is	1
	of	
	• De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig	1
	• $\angle M_1EA = \angle M_1AE$; *gelijkbenige driehoek*	1
	• Dus $\angle AED = \angle EAB$ (= x)	1
	• $\angle M_1DB = \angle M_1BD$ (= y); *gelijkbenige driehoek*	1
	• $2x + 2y = 360°$; *hoekensom vierhoek*, dus $x + y = 180°$	1
	• Dus vierhoek $ABDE$ is een koordenvierhoek	1

Maximumscore 4

16 ☐	• A, B, D en E liggen op één cirkel (zie vraag 15)	1
	• Op dezelfde manier is aan te tonen dat A, B, C en D op één cirkel liggen	1
	• Dus alle vijf punten liggen op de cirkel door de punten A, B en D	2

Periodieke rijen

Maximumscore 5

17 ☐	• $u_2 = \frac{5}{21}$, $u_3 = 3$ en $u_4 = 7$	2
	• Dus de periode van de rij is 3	1
	• Dan is $u_{2005} = u_1 = 7$	2

Maximumscore 4

18 ☐	• Uit $u_0 = u_1$ volgt $b = a$	1
	• Uit $u_2 = \frac{5}{u_0 \cdot u_1}$ en $u_2 = a$ volgt $a^3 = 5$	2
	• $a = b = \sqrt[3]{5}$	1

Maximumscore 4

19 ☐	• $P_{3k+1} = \underbrace{u_0 \cdot u_1 \cdot u_2}_{=5} \cdot \underbrace{u_3 \cdot u_4 \cdot u_5}_{=5} \cdot \ldots \cdot \underbrace{u_{3k-3} \cdot u_{3k-2} \cdot u_{3k-1}}_{=5} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1}$	1
	• $u_0 \cdot u_1 \cdot u_2 = 5, u_3 \cdot u_4 \cdot u_5 = 5$ enzovoort geeft $P_{3k-1} = 5^k$	2
	• $P_{3k+1} = P_{3k-1} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1} = 5^k \cdot 3 \cdot 7 = 21 \cdot 5^k$	1