Een rechthoek in stukken

14. Uit de figuur is af te lezen dat het grijze stuk rechtsboven 3 − p breed, en $1 - {}^{1}/_{p}$ hoog is. Voor de oppervlakte A van de rechthoek geldt dus:

$$A = (3-p)\cdot\left(1-\frac{1}{p}\right)$$

Je wilt dat A = 1 , dus je moet de volgende vergelijking oplossen:

$$(3-p)\cdot\left(1-\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{2}$$

Eerst werk je de haakjes uit.

$$3-\frac{3}{p}-p+1 = \frac{1}{2} \;\rightarrow\; -p-\frac{3}{p}+3\tfrac{1}{2} = 0$$

Nu vermenigvuldig je met p.

$$-p^2-3+3\tfrac{1}{2}p = 0 \;\rightarrow\; p^2-3\tfrac{1}{2}p+3 = 0 \;\rightarrow\; (p-2)\cdot\left(p-1\tfrac{1}{2}\right) = 0$$

$p = 2 \quad \vee \quad p = 1½$

Als je de voorlaatste stap niet ziet, kun je ook gewoon de abc-formule gebruiken. Dan krijg je hetzelfde antwoord.

15. Als de som van de oppervlakten maximaal is is de afgeleide van die som nul. Je rekent nu eerst deze afgeleide uit. Hoewel er een product in de formule staat, hoef je de productregel niet toe te passen, omdat een van de factoren niet afhankelijk is van p. De afgeleide $f\,'$ wordt:'

$$f' = -\tfrac{4}{3}-\tfrac{4}{3}\cdot-\frac{3}{p^2} \;\rightarrow\; f' = -\tfrac{4}{3}+\frac{4}{p^2}$$

Als f maximaal is, is deze afgeleide 0. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$-\tfrac{4}{3}+\frac{4}{p^2} = 0 \;\rightarrow\; \frac{4}{p^2} = \tfrac{4}{3} \;\rightarrow\; p^2 = 3$$

$p = \sqrt{3} \quad \vee \quad p = -\sqrt{3}$

Als je naar figuur 1 uit de opgaven kijkt, zie je dat de negatieve oplossing niet voldoet. De enige oplossing is dus p = √3.