

## Condensatoren

11. Je begint door de formule voor U te differentiëren. Er staat een product in die formule, maar een van de factoren van het product is niet afhankelijk van t, dus je hoeft niet de productregel toe te passen. De kettingregel moet je wel toepassen. Je afgeleide wordt:

$$U' = -12 \cdot e^{-\frac{t}{20}} \cdot -\frac{1}{20}$$

Hier is de factor  $^{-1}/_{20}$  aan het eind een gevolg van de kettingregel. Als je de formule vereenvoudigt krijg je dit:

$$U' = \frac{3}{5} \cdot e^{-\frac{t}{20}}$$

Nu wil je weten wat de snelheid is op  $t = 0$ . Hiervoor vul je gewoon  $t = 0$  in in  $U'$ .

$$U'(0) = \frac{3}{5} \cdot e^{-\frac{0}{20}} = \frac{3}{5} \cdot e^0 = \frac{3}{5}$$

De snelheid op  $t = 0$  is dus 0,6 V/s.

12. Hiervoor moet je eerst de limietspanning bepalen. Je ziet in de formule voor U dat als t heel groot wordt,  $^{-t}/_{20}$  sterk negatief wordt.  $e^{-t/20}$  wordt dus ongeveer gelijk aan 0. U wordt dus ongeveer gelijk aan 12. Nu wil je weten voor welke t de condensatorspanning gelijk is aan 90% van deze limietspanning, oftewel  $0,9 \cdot 12$ . Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$12 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{20}}) = 0,9 \cdot 12 \rightarrow 1 - e^{-\frac{t}{20}} = 0,9 \rightarrow e^{-\frac{t}{20}} = 0,1$$
$$-\frac{t}{20} = \ln 0,1 \rightarrow t = -20 \ln 0,1 \approx 46$$

Het duurt dus ongeveer 46 seconden.

13. Eerst ga je kijken hoe groot  $C_s$  moet zijn om binnen 10 s een spanning van 10 V te verkrijgen. Hiervoor gebruik je de formule

$$U = 12 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{2000 C_s}})$$

Als je invult dat  $t = 10$ ,  $U = 10$  en  $C = C_s$  krijg je de volgende ongelijkheid:

$$10 \leq 12 \cdot (1 - e^{-\frac{10}{2000 C_s}})$$

# Eindexamen wiskunde B vwo 2010 - I

© havovwo.nl

Nu los je deze vergelijking op om  $C_s$  te verkrijgen. Je lost het in eerste instantie op als een gelijkheid, en daarna ga je kijken of er groter dan of kleiner dan moet staan.

$$1 - e^{-\frac{10}{2000 C_s}} = \frac{5}{6} \rightarrow e^{-\frac{10}{2000 C_s}} = \frac{1}{6} \rightarrow -\frac{10}{2000 C_s} = \ln\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$C_s = -\frac{1}{200 \ln\left(\frac{1}{6}\right)} \approx 0,00279$$

Nu kies je een kleinere waarde dan 0,00279 uit, en die vul je in in de formule voor U. Je krijgt dan bijvoorbeeld dat  $U = 11$  als  $C_s = 0,002$ . Je ziet dus dat hoe hoger  $C_s$  is, hoe hoger de spanning na 10 seconden. Er moet dus kleiner dan of gelijk aan staan:

$$C_s \leq 0,00279$$

Nu ga je kijken hoeveel condensatoren er nodig zijn om deze  $C_s$  te realiseren. Hiervoor gebruik je de formule op pagina 9 van de opgaven. Aangezien alle beschikbare condensatoren dezelfde grootte hebben kun je deze formule schrijven als volgt:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{n}{C} \rightarrow C_s = \frac{1}{\frac{n}{C}}$$

Hierbij is  $C$  de capaciteit van één condensator, en  $n$  is het aantal condensatoren. Nu weet je dat  $C_s$  kleiner dan of gelijk moet zijn aan 0,00279. Dan krijg je:

$$\frac{1}{\frac{n}{C}} \leq 0,00279$$

Deze vergelijking los je weer op dezelfde manier op als eerst. Eerst doe je alsof het een gelijkheid is, en dan kijk je of er groter dan of kleiner dan moet staan. Eerst vul je in dat  $C = 0,01$ .

$$\frac{1}{\frac{n}{0,01}} \leq 0,00279 \quad \frac{n}{0,01} = \frac{1}{0,00279} \rightarrow n = \frac{0,01}{0,00279} \approx 3,58$$

Nu hoeft je in dit geval niet meer te kijken of er groter dan of kleiner dan moet staan, omdat in de vraag gevraagd wordt naar hoeveel er ten minste nodig zijn. Er zijn dus minstens 4 condensatoren nodig.