Rechthoeken bij een kwartcirkel

In een rechthoekig assenstelsel Oxy bekijken we het deel van de eenheidscirkel dat in het eerste kwadrant ligt. Het snijpunt met de x-as is $A(1, 0)$.
Op de kwartcirkel ligt een willekeurig punt $B(\cos t, \sin t)$ met $\angle AOB = t$ rad en $0 < t < \frac{1}{2}\pi$.

Punt R is de loodrechte projectie van B op de x-as.
We maken nu twee rechthoeken:

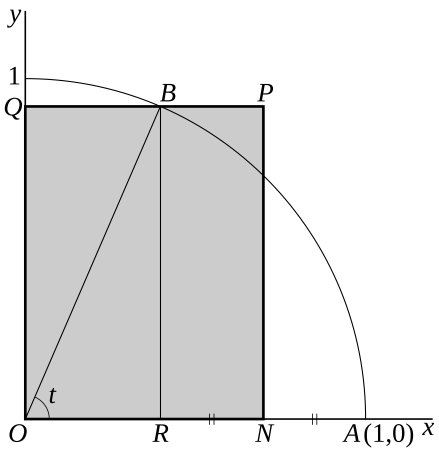
I. Een rechthoek $ONPQ$, waarbij N het midden van AR is en P en Q op dezelfde hoogte als B liggen.
$OQ = \sin t$ en $ON = \frac{1}{2}(1 + \cos t)$.

Zie figuur 1.
De oppervlakte van deze rechthoek noemen we $V(t)$.

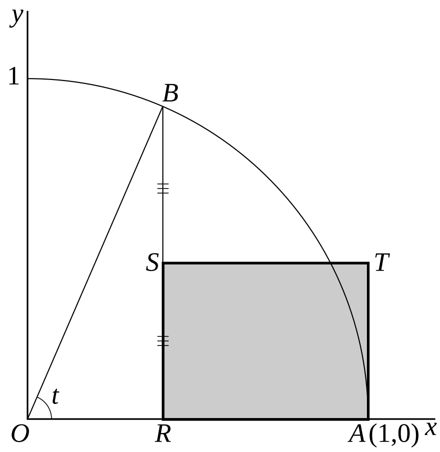
II. Een rechthoek $ATSR$, waarbij S het midden van BR is.
$RS = \frac{1}{2}\sin t$ en $RA = 1 - \cos t$.

Zie figuur 2.
De oppervlakte van deze rechthoek noemen we $W(t)$.

figuur 1



figuur 2



5p **15** Bereken exact de waarde van t waarvoor $V(t) = 3 \cdot W(t)$.

De bovengenoemde rechthoeken zijn gelijkvormig als de verhouding van de zijden van de ene rechthoek gelijk is aan de verhouding van de zijden van de andere rechthoek.

Hiervoor zijn twee mogelijkheden: $\frac{ON}{OQ} = \frac{RS}{RA}$ of $\frac{ON}{OQ} = \frac{RA}{RS}$.

4p **16** Toon aan dat voor elke waarde van t met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$ geldt: $\frac{ON}{OQ} = \frac{RS}{RA}$.

Er is een waarde van t (met $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) waarvoor geldt dat $\frac{ON}{OQ} = \frac{RA}{RS}$.

Voor deze waarde van t zijn beide rechthoeken vierkant.

7p **17** Bereken van beide vierkanten exact de zijde voor deze waarde van t.