

Een vuurpijl met tegenwind

16. De maximale hoogte bereikt de vuurpijl in het eerste deel van de baan, OA . Je moet dus de top berekenen van de formule $y = 2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$. Omdat je weet dat bij de top de afgeleide gelijk is aan 0 ga je eerst y differentiëren. Je moet opletten dat je de kettingregel gebruikt.

$$y = 2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{u} \text{ met } u = 625 - 10x$$

$$y' = 2 + \frac{4}{2\sqrt{u}} \cdot u' \text{ en } u' = -10$$

$$y' = 2 + \frac{2}{\sqrt{625 - 10x}} \cdot -10$$

$$y' = 2 - \frac{20}{\sqrt{625 - 10x}}$$

In de top is de afgeleide gelijk aan 0, dus:

$$0 = 2 - \frac{20}{\sqrt{625 - 10x}}$$

$$\frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} = 2$$

$$10 = \sqrt{625 - 10x}$$

$$100 = 625 - 10x$$

$$10x = 525$$

$$x = 52.5$$

Dit vul je vervolgens in in $y = 2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$ om de y -waarde op de top te vinden:

$$y = 2 \cdot 52.5 - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10 \cdot 52.5}$$

$$y = 45$$

17. Punt A ligt zowel op de grafiek van $y = 2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$ als op de grafiek van $y = 2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$. Je kunt punt A opvatten als het snijpunt van beide grafieken. Alles wat je nu moet doen is dat snijpunt uit te rekenen.

$$2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} = 2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$$

$$8 \cdot \sqrt{625 - 10x} = 0$$

$$\sqrt{625 - 10x} = 0$$

$$625 - 10x = 0$$

$$10x = 625$$

$$x = 62.5$$

De x -coördinaat van A is dus 62.5.

18. De vuurpijl raakt de grond in het tweede deel van de baan, AB . Je moet dus de waarde van x vinden waarvoor $y = 2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$ gelijk is aan 0.

$$\begin{aligned}2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} &= 0 \\2x - 100 &= 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} \\(2x - 100)^2 &= 16(625 - 10x) \\4x^2 - 400x + 10000 &= 10000 - 160x \\4x^2 - 240x &= 0 \\4x(x - 60) &= 0 \\4x = 0 \vee x - 60 &= 0 \\x = 0 \vee x &= 60\end{aligned}$$

Dat de vuurpijl bij $x = 0$ de grond raakte wist je al, toen werd hij namelijk afgeschoten. De vuurpijl komt op de grond terug bij het tweede antwoord, $x = 60$.