4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Podiumverlichting

1 maximumscore 3

- $\sin\alpha = \frac{x}{r}$ — 1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{x}{r} = \frac{650x}{r^2}$ — 1
- $r^2 = 9 + x^2$ invullen geeft $V = \frac{650x}{9+x^2}$ — 1

of

- $\sin\alpha = \frac{x}{r}$ — 1
- $r = \sqrt{9+x^2}$ — 1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{\sqrt{9+x^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{9+x^2}} = \frac{650x}{9+x^2}$ — 1

2 maximumscore 5

- $\frac{650x}{9+x^2} = 100$ geeft $x^2 - 6,5x + 9 = 0$ — 2
- $(x-2)(x-4,5) = 0$ (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) — 1
- De oplossingen $x = 2$ en $x = 4,5$ — 1
- De hoogte moet minstens 2 meter en hoogstens 4,5 meter zijn — 1

3 maximumscore 6

- $V' = \frac{650(9+x^2) - 650x \cdot 2x}{(9+x^2)^2}$ — 2
- Als V maximaal is, is V' gelijk aan 0 — 1
- $V' = 0$ geeft $x^2 = 9$ — 2
- De hoogte is 3 meter — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een familie parabolen

4 maximumscore 4

- De oppervlakte is $\int_0^2 3(2x-x^2)\mathrm{d}x - \int_0^2 2(2x-x^2)\mathrm{d}x$ 1
- Dit is gelijk aan $\int_0^2 (2x-x^2)\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $2x-x^2$ is $x^2-\frac{1}{3}x^3$ 1
- De oppervlakte is $1\frac{1}{3}$ 1

of

- De oppervlakte onder p_3 is $\int_0^2 3(2x-x^2)\mathrm{d}x = \left[3x^2-x^3\right]_0^2 = 4$ 2
- De oppervlakte onder p_2 is $\int_0^2 2(2x-x^2)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\cdot 4$ 1
- De gevraagde oppervlakte is $4-\frac{2}{3}\cdot 4 = 1\frac{1}{3}$ 1

Opmerking
Als eerst de oppervlakte onder p_2 berekend is en daarna die onder p_3, dan voor de eerste oppervlakte 2 punten toekennen en voor de tweede oppervlakte 1 punt.

Vraag	Antwoord	Scores

5 **maximumscore 5**

- $n(2x - x^2) = x$ 1
- $x = 1{,}99$ invullen geeft $0{,}0199n = 1{,}99$ 2
- Hieruit volgt $n = 100$ 1
- Het antwoord $n > 100$ 1

of

- Beschrijven hoe de x-coördinaat van S_n voor verschillende waarden van n met de GR berekend kan worden 2
- De x-coördinaat van S_{100} is 1,99 2
- Het antwoord $n > 100$ 1

of

- $n(2x - x^2) = x$ 1
- $n(2 - x) = 1$ (of $x = 0$) 1
- $x = 2 - \frac{1}{n}$ 1
- Beschrijven hoe de ongelijkheid $2 - \frac{1}{n} > 1{,}99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden 1
- Het antwoord $n > 100$ 1

of

- $n(2x - x^2) = x$ 1
- $nx^2 - 2nx + x = 0$, dus $x(nx - 2n + 1) = 0$ 1
- ($x = 0$ of) $x = \dfrac{2n-1}{n}$ 1
- Beschrijven hoe de ongelijkheid $\dfrac{2n-1}{n} > 1{,}99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden 1
- Het antwoord $n > 100$ 1

6 **maximumscore 5**

- $\dfrac{dy}{dx} = n(2 - 2x)$ 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in (0, 0) is $2n$ 1
- $R_n = (1, 2n)$ 1
- De top van p_n is $(1, n)$ 1
- n is de helft van $2n$, dus T_n is het midden van AR_n 1

Vraag	Antwoord	Scores

Twee koplampen

7 **maximumscore 3**

- Beschrijven hoe $P(X < 2100 \mid \mu = 2500 \text{ en } \sigma = 450)$ met de GR berekend kan worden — 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,187 — 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) $0{,}187^2 \approx 0{,}035$ — 1

8 **maximumscore 4**

- De gevraagde kans is $P(-20 < V < 20 \mid \mu = 0 \text{ en } \sigma = 450\sqrt{2})$ — 2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,025 — 1

Brievenweger

9 **maximumscore 3**

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\alpha \approx \frac{1}{6}\pi$ — 1
- Invullen geeft $y \approx 36$ — 1

of

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\frac{1}{4}\pi \text{ rad} = 45°$ — 1
- $y \approx 70\dfrac{\sin(30°)}{\sin(30° + 45°)} \approx 36$ — 1

Opmerking
Als gewerkt wordt met $\sin(30° + \frac{1}{4}\pi)$*, maximaal 1 punt toekennen.*

10 **maximumscore 4**

- $70\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = 70$, dus $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha$ — 1
- $\alpha + \frac{1}{4}\pi = \pi - \alpha$ — 2
- $\alpha = \frac{3}{8}\pi$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

11 **maximumscore 4**

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 2
- $\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)$ 1
- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1

of

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 2
- $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) + \cos\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ en
  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \cos\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ invullen 1
- Dit geeft $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1

12 **maximumscore 3**

- $\dfrac{dy}{d\alpha}$ is minimaal als $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ maximaal is 1
- $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ is maximaal als $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 1$ 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ 1

of

- Beschrijven hoe met de GR de waarde van α gevonden kan worden waarvoor $\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ minimaal is 2
- $\alpha \approx 0{,}79$ 1

of

- $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right) = 70\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \dfrac{-2\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^3(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1
- Voor de gezochte waarde van α is $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right)$ gelijk aan 0, dus
  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 0$ 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ 1

Opmerking
Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat de extreme waarde een minimum is.

Vraag	Antwoord	Scores

Krasbal

13 maximumscore 4

- Het aantal verschillende speelvelden is $\binom{8}{4}$ — 1
- Het aantal verschillende scoringsvelden is $\binom{4}{2}$ — 1
- Het aantal verschillende krasbalkaarten is $\binom{8}{4} \cdot \binom{4}{2}$ — 1
- Dit is $70 \cdot 6 = 420$ — 1

14 maximumscore 4

- De kortste wedstrijd is PD; deze heeft lengte 2 — 1
- Een langste wedstrijd is bijvoorbeeld VVVVPMPMPD — 2
- De grootste lengte is 10 — 1

15 maximumscore 4

- De wedstrijden met lengte 4 zijn VVPD en PMPD — 1
- De kans op VVPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4}$ — 1
- De kans op PMPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$ — 1
- Het antwoord $\frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{7}$ (of ongeveer 0,14) — 1

16 maximumscore 4

- Veronderstel dat Ruud eerlijk speelt, dus met kans $\frac{1}{2}$ als eerste vakje een P open krast — 1
- Het aantal keren X dat Ruud als eerste een vakje P open krast is dan binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{2}$ — 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 8 \mid n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2})$ met de GR berekend kan worden — 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,055 — 1

Vraag	Antwoord	Scores

De functie $f(x) = e^x$

17 maximumscore 4

- De oppervlakte is $1 \cdot e^{a+1} - \int_a^{a+1} e^x dx$ 1
- $\int_a^{a+1} e^x dx = e^{a+1} - e^a$ 1
- De oppervlakte is $e^{a+1} - (e^{a+1} - e^a) = e^a$ 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

of

- De oppervlakte is $\int_a^{a+1} \left(e^{a+1} - e^x\right) dx$ 1
- Een primitieve is $e^{a+1} \cdot x - e^x$ 1
- De oppervlakte is $e^{a+1}(a+1) - e^{a+1} - (e^{a+1} \cdot a - e^a) = e^a$ 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

18 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van AB is $\dfrac{e^{a+1} - e^a}{a+1-a}$ $(= e^{a+1} - e^a)$ 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $e^{a+1} - e^a = 1$ met de GR of algebraïsch opgelost kan worden 1
- Het antwoord: $a < -0{,}54$ 1

19 maximumscore 4

- De lengte is $\int_1^2 \sqrt{1 + (e^x)^2}\, dx$ 2
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend 1
- Het antwoord: ongeveer 4,79 1

Vraag	Antwoord	Scores

20 **maximumscore 5**

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ (of ongeveer 10) 1
- Het omwentelingslichaam van de hele rechthoek heeft inhoud $\pi \cdot e^2 \cdot 1$ ($\approx$ 23) 1
- $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ is niet de helft van πe^2 (of 10 is niet de helft van 23), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud 1

of

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ (of ongeveer 10) 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn y = e en de grafiek van f heeft inhoud $\pi\int_0^1 \left(e^2 - e^{2x}\right) dx$ 1
- De inhoud van dit omwentelingslichaam is $\frac{1}{2}\pi(e^2 + 1)$ (of ongeveer 13), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud 1

Opmerking

Als $\pi\int_0^1 (e - e^x)^2 dx$ *is berekend, maximaal 3 punten toekennen.*