

Eindexamen wiskunde B1 vwo 2006-I

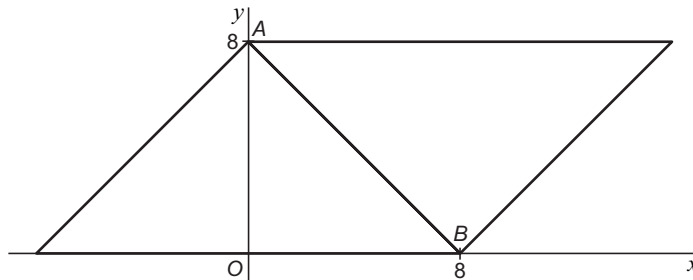
Bedekken

Een geodriehoek is een gelijkbenige rechthoekige driehoek. We plaatsen twee geodriehoeken met een lange zijde van 16 cm in een rechthoekig assenstelsel met eenheid 1 cm op de manier die in figuur 2 (verkleind) is getekend.

De top A van de linker driehoek heeft de coördinaten $(0, 8)$.

De top B van de rechter driehoek heeft de coördinaten $(8, 0)$.

figuur 2

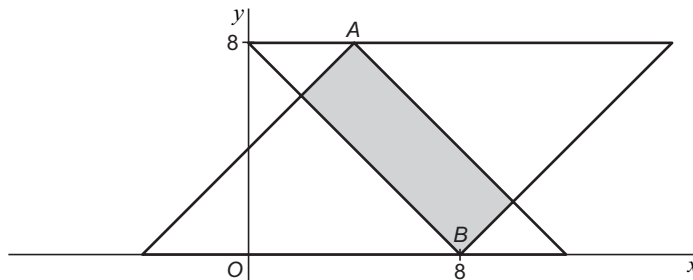


De linker driehoek begint op tijdstip $t = 0$ naar rechts te schuiven over de rechter driehoek met een snelheid van 1 cm/s. Daarbij wordt een gedeelte van de rechter driehoek door de linker driehoek bedekt. De tijd t wordt gemeten in seconden.

In figuur 3 is de situatie voor een zeker tijdstip t getekend.

Punt A heeft dan de coördinaten $(t, 8)$. Het bedekte gebied is grijs gekleurd.

figuur 3



De afstand in cm tussen A en B op tijdstip t noemen we $a(t)$.

Er geldt: $a(t) = \sqrt{128 + 16t + 2t^2}$.

3p **6** Toon dit aan.

Het bedekte gebied op een tijdstip t tussen 0 en 16 is een rechthoek. De oppervlakte in cm^2 van deze rechthoek noemen we $G(t)$. De zijden van de rechthoek zijn ook rechthoekszijden van gelijkbenige rechthoekige driehoeken met lange zijden t en $16 - 4t$.

Er geldt: $G(t) = 4\frac{1}{2}t^2 - 28t$.

4p **7** Toon dit aan.

De oppervlakte G van het bedekte gebied neemt eerst toe en later af. De afstand a tussen A en B neemt eerst af en later toe.

5p **8** Leid met behulp van differentiëren uit de formules voor $G(t)$ en $a(t)$ af dat G en a op hetzelfde tijdstip hun uiterste waarde bereiken.

De oppervlakte G kan ook uitgedrukt worden in a .

Er geldt: $G = c - 4\frac{1}{2}a^2$ waarbij $8 \leq a \leq \sqrt{128}$.

4p **9** Bereken c .