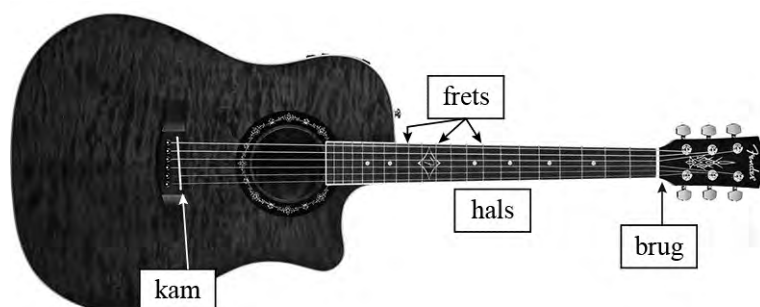


## Gitaar

In figuur 1 zie je een gitaar. De snaren zijn gespannen tussen de **brug** en de **kam**. Op de hals zijn zogenoemde **frets** (smalle metalen strips) te zien.

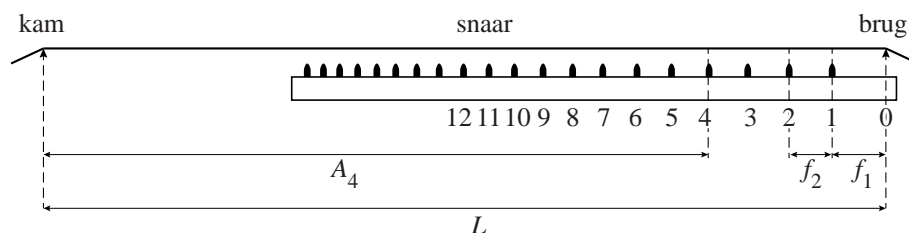
figuur 1



Als je een snaar aanslaat zonder op een fret te drukken, gaat de hele snaar tussen de brug en de kam trillen. Door een snaar tegen een fret aan te drukken, wordt de gebruikte snaarlengte korter. Je krijgt dan een andere toon. Om de goede tonen te krijgen, moet bij het bouwen van een gitaar de juiste plaats van de frets berekend worden.

Figuur 2 geeft een schematisch zijaanzicht van de hals. De eerste 12 frets zijn daarin vanaf de brug genummerd.

figuur 2



De lengte van een snaar in cm tussen de brug en de kam noemen we  $L$ .  $A_n$  is de afstand in cm tussen de fret met nummer  $n$  en de kam. In figuur 2 is  $A_4$  aangegeven. Voor  $A_n$  geldt de volgende formule:

$$A_n = L \cdot 0,9439^n$$

Van een bepaalde gitaar is de afstand tussen fret nummer 6 en de brug gelijk aan 20 cm.

- 4p 8 Bereken de lengte  $L$  van een snaar van deze gitaar. Rond je antwoord af op hele cm.

De groeifactor in de formule is berekend op basis van de volgende uitgangspunten:

- er is een exponentieel verband tussen  $A_n$  en  $n$ ;
- de 12e fret ligt precies midden tussen de brug en de kam.

- 4p 9 Bereken met behulp van deze twee uitgangspunten de groeifactor in vijf decimalen nauwkeurig.

De theoretische formule die hiervoor geldt, is:

$$A_n = \frac{L}{2^{\binom{n}{12}}}$$

Deze formule kan worden herleid tot:

$$A_n = L \cdot 0,9439^n$$

- 3p 10 Laat deze herleiding zien.

In de zestiende eeuw werd voor het berekenen van de positie van de frets een recursieve methode gebruikt, de 'Regel van 18'. Deze rekenwijze gaat als volgt:

- Deel de totale snaarlengte  $L$  door 18. De uitkomst is de afstand tussen de brug en fret 1. Deze afstand noemen we  $f_1$  (zie figuur 2).
- De afstand tussen fret 2 en fret 1 noemen we  $f_2$  (zie figuur 2), de afstand tussen fret 3 en fret 2 noemen we  $f_3$ , enzovoort.
- De afstand tussen fret  $n$  en fret  $n-1$  wordt berekend met:

$$f_n = \frac{17}{18} \cdot f_{n-1} \text{ met } f_1 = \frac{1}{18} L.$$

Een gitaarbouwer wil voor het plaatsen van de frets de afstanden tussen de brug en de frets weten. Hij kan deze afstanden met de Regel van 18 of met de formule berekenen. Deze twee methoden leveren verschillende afstanden op. Ga uit van een afstand tussen brug en kam van 65 cm.

- 4p 11 Onderzoek hoeveel de afstand tussen de brug en fret 2, berekend met de formule, verschilt van de afstand berekend met de Regel van 18. Geef je antwoord in tienden van mm nauwkeurig.
- 4p 12 Bereken vanaf welke fret de afstand tot de volgende fret volgens de Regel van 18 kleiner is dan 1,6 cm.