

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Piramiden

### 1 maximumscore 3

- $a = 1$  en  $x = 2,5$  geeft  $h = 6,5$  (dm) 1
- De oppervlakte van het grondvlak is  $2,5 \cdot 2,5 = 6,25$  (dm<sup>2</sup>) 1
- De inhoud is  $\frac{1}{3} \cdot 6,25 \cdot 6,5 \approx 14$  (dm<sup>3</sup>) (of nauwkeuriger) 1

### 2 maximumscore 4

- $I = \frac{1}{3}x^2(9-x)$  geeft  $I = 3x^2 - \frac{1}{3}x^3$  1
- $\frac{dI}{dx} = 6x - x^2$  1
- $x = 6$  invullen geeft  $\frac{dI}{dx} = 0$  2

of

- $I = \frac{1}{3}x^2(9-x)$  geeft  $I = 3x^2 - \frac{1}{3}x^3$  1
- $\frac{dI}{dx} = 6x - x^2$  1
- $6x - x^2 = 0$  1
- $x = 6$  1

### 3 maximumscore 3

- De oppervlakte van het grondvlak is  $2x$  1
- $I = \frac{1}{3} \cdot \text{oppervlakte grondvlak} \cdot \text{hoogte}$  geeft  $I = \frac{1}{3} \cdot 2x \cdot (9-ax)$  1
- Dit geeft  $I = 6x - \frac{2}{3}ax^2$  1

Vraag	Antwoord	Scores
<b>4</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• $\frac{dI}{dx} = 6 - \frac{4}{3}ax$ (of $\frac{dI}{dx} = 6 - 2 \cdot \frac{2}{3}ax$ )	1
	• Er moet gelden $\frac{dI}{dx} = 0$ , dus $6 - \frac{4}{3}ax = 0$	1
	• $x_{\text{MAX}} = \frac{4,5}{a}$ (of $x_{\text{MAX}} = \frac{6}{\frac{4}{3}a}$ )	1
	• Het tekenen van de grafiek	1
	of	
	• De grafiek van $I$ is een (berg)parabool	1
	• Hiervoor geldt $x_{\text{MAX}} = \frac{-6}{2 \cdot -\frac{2}{3}a} = \frac{6}{\frac{4}{3}a}$	2
	• Het tekenen van de grafiek	1
	of	
	• Beschrijven hoe bij een waarde van $a$ de bijbehorende waarde van $x_{\text{MAX}}$ kan worden berekend	1
	• Het berekenen van $x_{\text{MAX}}$ voor tenminste 3 waarden van $a$	2
	• Het tekenen van de grafiek op basis van de berekende punten	1

*Opmerking*

*Als een kandidaat op basis van 2 punten een rechte lijn heeft getekend, hiervoor ten hoogste 2 scorepunten toekennen.*

## Kosten van betalingsverkeer

<b>5</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• Aflezen bij $B = 80$ geeft $K_{\text{chip}} = 0,0025$ en $K_{\text{cont}} = 0,006$	2
	• De kosten per transactie zijn 0,20 (euro) voor chippen en 0,48 (euro) voor contant betalen	1
	• Het verschil is 0,28 (euro)	1

*Opmerking*

*Voor het aflezen van  $K_{\text{chip}}$  respectievelijk  $K_{\text{cont}}$  gelden marges van 0,002 tot en met 0,003 respectievelijk 0,0055 tot en met 0,0065.*

Vraag	Antwoord	Scores
<b>6</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• Voor de kosten per transactie $TK_{\text{cont}}$ geldt: $TK_{\text{cont}} = K_{\text{cont}} \cdot B$	1
	• $TK_{\text{cont}} = (0,00488 + \frac{0,0744}{B}) \cdot B$	2
	• $TK_{\text{cont}} = 0,00488B + 0,0744$ (dus $a = 0,00488$ en $b = 0,0744$ )	1
<b>7</b>	<b>maximumscore 3</b>	
	• Beschrijven hoe (met de GR) het snijpunt berekend kan worden	1
	• Het snijpunt is bij $B \approx 30,025$	1
	• Bij bedragen vanaf € 30,03 (zijn de transactiekosten per euro voor het pinnen lager)	1
<b>8</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• De waarde $K = 0,00488$ is grenswaarde van $K_{\text{cont}}$ (of de lijn $K = 0,00488$ is de horizontale asymptoot van de grafiek van $K_{\text{cont}}$ )	1
	• De grafiek van $K_{\text{chip}}$ ligt onder $0,00488$ dus $p$ is kleiner dan $0,00488$	1
	• Bij een waarde van $B$ van ongeveer 5 snijden de grafieken van $K_{\text{cont}}$ en $K_{\text{chip}}$ elkaar, dus daar geldt dat $K_{\text{cont}}$ en $K_{\text{chip}}$ even groot zijn, dus	
	$0,00488 + \frac{0,0744}{B} = p + \frac{q}{B}$	1
	• Omdat $p$ kleiner moet zijn dan $0,00488$ , zal $q$ groter moeten zijn dan $0,0744$	1

## Station Amersfoort

<b>9</b>	<b>maximumscore 3</b>	
	• $a = \frac{6,46 + 2,48}{2} = 4,47$	1
	• $b = 6,46 - 4,47 = 1,99$	1
	• De periode is 30, dus $c = \frac{2\pi}{30} \approx 0,21$	1

Vraag	Antwoord	Scores
<b>10</b>	<b>maximumscore 3</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>De gemiddelde hoogte van de overkapping is 4,5 (of 4,47) (meter)</li> <li>De gemiddelde hoogte van de trap is 2 (meter)</li> <li>Het verschil tussen de gemiddelde hoogten is 2,5 (of 2,47) (meter)</li> </ul>	1 1 1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vanwege de symmetrie van zowel de trap als de overkapping is het verschil tussen de gemiddelde hoogten gelijk aan het verschil in hoogte bij <math>x = 7,5</math></li> <li>Bij <math>x = 7,5</math> is de hoogte van de overkapping 4,5 (of nauwkeuriger) (meter) en is hoogte van de trap 2 (meter)</li> <li>Dus het verschil tussen de gemiddelde hoogten is 2,5 (of nauwkeuriger) (meter)</li> </ul>	1 1 1
	<i>Opmerking</i>	
	<i>Als bij het tweede alternatief gebruik is gemaakt van gegeven waarden van <math>a</math>, <math>b</math> en <math>c</math> in één decimaal, leidend tot het antwoord 2,8 (of nauwkeuriger) (meter), hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.</i>	
<b>11</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>De daling van de trap is <math>\frac{2}{4,2}</math> (<math>\approx 0,48</math>)</li> <li>De daling van de overkapping is maximaal bij <math>x = 7,5</math></li> <li>Met de GR of met behulp van een differentiequotiënt berekenen dat bij <math>x = 7,5</math> de daling van de overkapping 0,4 (of nauwkeuriger) is</li> <li>De waarde hiervan is kleiner dan <math>\frac{2}{4,2}</math> (dus de afdalende delen van de trap zijn steiler)</li> </ul>	1 1 1 1
	<i>Opmerking</i>	
	<i>Als een kandidaat gerekend heeft met de bijbehorende negatieve waarden voor de daling, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.</i>	
<b>12</b>	<b>maximumscore 3</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Het bepalen van een geschikt punt waar het hoogteverschil kleiner is dan 2,35 (meter), bijvoorbeeld <math>x = 2,7</math></li> <li>Het berekenen van het hoogteverschil op dit punt</li> <li>De conclusie dat er wel een punt is waar het hoogteverschil kleiner is</li> </ul>	1 1 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Bevingen in Japan

### 13 maximumscore 5

- Het opstellen van de vergelijking  $\left(\frac{1}{2}\right)^t = \frac{1}{4800}$  (of  $4800 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t = 1$ ) 2
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $t \approx 12,23$  1
- Het antwoord: na 98 (dagen) (of nauwkeuriger) 1

of

- De groefactor per dag is  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 0,917$  (of nauwkeuriger) 1
- Het opstellen van de vergelijking  $0,917^t = \frac{1}{4800}$  2
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: na 98 (dagen) (of nauwkeuriger) 1

of

- Een formule waarmee de hoeveelheid radioactief jodium  $J$  op tijdstip  $t$  (in dagen na 6 april) beschreven kan worden, is  $J = 4800 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}t}$  2
- Het opstellen van de vergelijking  $4800 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}t} = 5$  1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: na 98 (dagen) (of nauwkeuriger) 1

of

- De groefactor per dag is  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 0,917$  (of nauwkeuriger) 1
- Het opstellen van de vergelijking  $4800 \cdot 5 \cdot (0,917)^t = 5$  2
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: na 98 (dagen) (of nauwkeuriger) 1

#### Opmerkingen

- Als een kandidaat door middel van bijvoorbeeld herhaald halveren tot het antwoord 104 dagen komt, hiervoor ten hoogste 2 scorepunten toekennen.
- Als een kandidaat door tussentijds afronden op een ander antwoord uitkomt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**14 maximumscore 3**

- $\log(10A) + 3 = \log(10) + \log(A) + 3$  2
- $\log(10) + \log(A) + 3 = 1 + \log(A) + 3$  1

*Opmerking*

*Als de vraag alleen wordt beantwoord door het geven van een of meer getallenvoorbeelden, geen scorepunten voor deze vraag toekennen.*

**15 maximumscore 4**

- $\frac{dM}{dA} = \frac{1}{A \ln 10}$  2
- $\frac{1}{A \ln 10}$  is positief (omdat  $\ln 10$  positief is en  $A$  is positief), dus  $M$  neemt toe (bij toenemende  $A$ ) 1
- $\frac{1}{A \ln 10}$  neemt af (voor toenemende  $A$ ), dus de toename van  $M$  wordt steeds kleiner (bij een toenemende  $A$ ) (of  $M$  is een afnemend stijgende functie) 1

of

- $\frac{dM}{dA} = \frac{1}{A \ln 10}$  2
- Een schets van de grafiek van de afgeleide 1
- De grafiek ligt boven de horizontale as en is dalend, dus  $M$  neemt toe en deze toename wordt steeds kleiner (of  $M$  is een afnemend stijgende functie) 1

*Opmerking*

*Als een kandidaat als afgeleide  $\frac{dM}{dA} = \frac{1}{A}$  geeft, dan voor het eerste score element geen scorepunten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores
<b>16</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\log(A) + 3 = 0,67 \cdot \log(E) - 0,9</math> herschrijven naar <math>0,67 \cdot \log(E) = \log(A) + 3,9</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dit herschrijven naar <math>\log(E) = \frac{1}{0,67} \log(A) + \frac{3,9}{0,67}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dit herschrijven naar <math>E = 10^{\frac{1}{0,67} \log(A) + \frac{3,9}{0,67}}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>p \approx 1,49</math> en <math>q \approx 5,82</math> (of <math>E \approx 10^{1,49 \log(A) + 5,82}</math>)</li> </ul>	1
	of	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Als <math>A = 1</math> dan geldt <math>\log(1) + 3 = 0,67 \cdot \log(E) - 0,9</math>, hieruit volgt <math>E \approx 10^{5,82}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>E = 10^{p \cdot \log(1) + q} = 10^q</math>, dus <math>q = 5,82</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Voor een andere waarde van <math>A</math> de waarde van <math>E</math> berekenen, bijvoorbeeld voor <math>A = 10</math> geldt <math>E \approx 10^{7,31}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hieruit volgt <math>p + q = 7,31</math>, dus <math>q = 1,49</math></li> </ul>	1

## Snoeken

<b>17</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>L^{3,206} = \frac{1}{0,003} G</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>L = \left(\frac{1}{0,003} G\right)^{\frac{1}{3,206}}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>L = \left(\frac{1}{0,003}\right)^{\frac{1}{3,206}} \cdot G^{\frac{1}{3,206}}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>L = 6,1 \cdot G^{0,3}</math></li> </ul>	1
<b>18</b>	<b>maximumscore 3</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Als de waarde van <math>t</math> groter wordt, wordt <math>-0,188(t + 0,357)</math> kleiner (een groter negatief getal)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>e^{-0,188(t + 0,357)}</math> nadert naar 0</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dus <math>L</math> nadert naar 87,0 (of 87) (cm)</li> </ul>	1
<b>19</b>	<b>maximumscore 3</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>L'(t) = -87,0 \cdot -0,188 \cdot e^{-0,188(t + 0,357)}</math></li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>L'(2) = 11</math> (of nauwkeuriger)</li> </ul>	1
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bij een leeftijd van 2 jaar groeit de lengte van een mannetjessnoek met een snelheid van (ongeveer) 11 cm per jaar</li> </ul>	1

Vraag	Antwoord	Scores
<b>20</b>	<b>maximumscore 4</b>	
	• Invullen van $L_{\max} = 130$ en $K = 0,188$ levert $L = 130 - 130 \cdot e^{-0,188(t+c)}$	1
	• Voor $t=0$ moet $L$ gelijk zijn aan 5,6 dus $5,6 = 130 - 130 \cdot e^{-0,188(0+c)}$	1
	• Aangeven hoe (met de GR) de waarde van $c$ berekend kan worden	1
	• $c = 0,2$ (of nauwkeuriger) levert $L = 130 - 130 \cdot e^{-0,188(t+0,2)}$	1

## Number Rumba

### 21 maximumscore 7

Een aanpak als:

- De mogelijke verdelingen van de aantallen blokjes over de staven zijn:  
3-3-3-0, 3-2-2-2 en 3-3-2-1 1
- Voor 3-3-3-0 en 3-2-2-2 zijn er elk 4 mogelijkheden 1
- Een berekening van het aantal mogelijkheden bij 3-3-2-1, bijvoorbeeld  $\frac{4!}{2!}$ , of het uitschrijven van alle mogelijkheden bij 3-3-2-1 1
- Voor 3-3-2-1 zijn er 12 mogelijkheden 1
- Bij elke verdeling van de blokjes over de staven zijn er 9 verschillende posities voor de 9 verschillende blokjes 1
- Dat geeft  $9! = 362\ 880$  mogelijkheden 1
- In totaal zijn er  $(4 + 4 + 12) \cdot 362\ 880 = 7\ 257\ 600$  opstellingen mogelijk 1