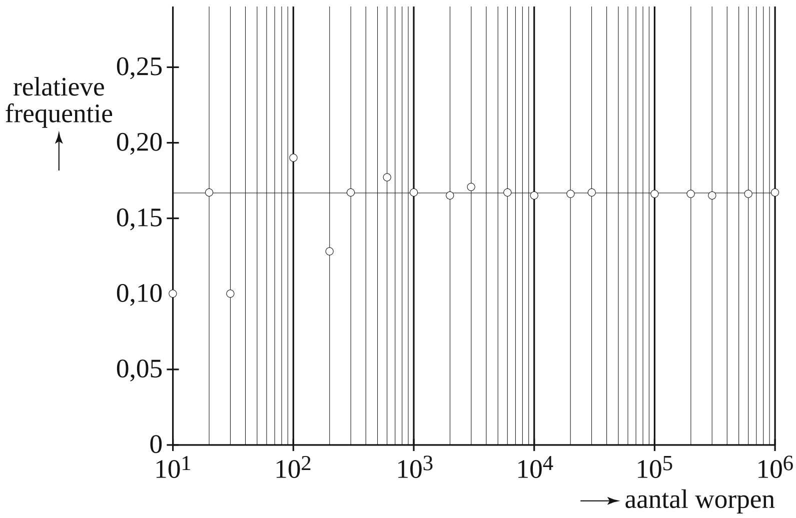
Zuivere dobbelsteen?

Op de foto zie je twee ronde dobbelstenen. Op deze dobbelstenen staan aantallen ogen van 1 tot en met 6, net als op gewone dobbelstenen. Een ronde dobbelsteen is hol met binnenin een stalen kogeltje. Bij elk getal zit in de holle binnenkant een soort kuiltje waar het kogeltje in past. Aan het einde van een worp komt het kogeltje in zo'n kuiltje terecht. Hierdoor blijft de dobbelsteen liggen, bijvoorbeeld met de vier onder en de drie boven: er is dan drie gegooid.

foto

Of een dobbelsteen zuiver is of niet, kun je onderzoeken door er een groot aantal keer mee te gooien. Dit wordt geïllustreerd door figuur 1. In figuur 1 is het resultaat te zien van een aantal simulaties van het gooien met een zuivere dobbelsteen. Er werd hierbij alleen gekeken naar het aantal drieën.

figuur 1



Elk cirkeltje stelt het resultaat van een simulatie voor. Langs de horizontale as is het aantal worpen bij een simulatie uitgezet op een logaritmische schaalverdeling. Langs de verticale as staat de relatieve frequentie van het aantal drieën dat hierbij gegooid is. In figuur 1 is bijvoorbeeld te zien dat bij de simulatie van 10 worpen de relatieve frequentie 0,1 is: er is precies één keer een drie gegooid.

Figuur 1 staat ook op de uitwerkbijlage. Bij een simulatie van 60 worpen is 4 keer een drie gegooid.

3p **10** Teken het punt dat bij deze simulatie hoort in de figuur op de uitwerkbijlage.
Licht je werkwijze toe.

In figuur 1 is de verwachte relatieve frequentie aangegeven met een horizontale lijn op een hoogte van ongeveer 0,167. Dit komt overeen met kans $\frac{1}{6}$. Het punt dat hoort bij de simulatie van 200 worpen ligt dichter bij deze horizontale lijn dan het punt dat hoort bij de simulatie van 30 worpen. Bij de simulatie van 200 worpen is het verschil tussen de verwachte en de werkelijke relatieve frequentie dus kleiner.
We kunnen ook kijken naar de verschillen bij het **aantal** geworpen drieën. Rik beweert dat het verschil tussen het werkelijke en het verwachte aantal geworpen drieën bij de simulatie van 200 worpen kleiner is dan bij de simulatie van 30 worpen.

5p **11** Onderzoek of Rik gelijk heeft.

Als het aantal gesimuleerde worpen groter wordt, komen de punten van de simulaties steeds dichter bij de horizontale lijn te liggen. De resultaten van de simulaties benaderen de werkelijke kans van $\frac{1}{6}$ dan steeds beter.
Dit is ook theoretisch te berekenen.
Het aantal geworpen drieën bij een simulatie van n keer gooien is voor grote waarden van n te benaderen met een normale verdeling. Hiermee kan men berekenen dat voor een simulatie van 10 000 worpen geldt: de kans dat de relatieve frequentie van het aantal geworpen drieën minder dan 1% van $\frac{1}{6}$ verschilt, is ongeveer 0,35.
Voor een simulatie van 100 000 worpen is deze kans veel groter.

6p **12** Laat dit met een berekening zien.

Jesse vermoedt dat de kans om met zijn ronde dobbelsteen drie te gooien kleiner is dan $\frac{1}{6}$. Na het zien van figuur 1 besluit hij om 600 keer met zijn ronde dobbelsteen te gooien om dit te onderzoeken. Na 600 keer gooien heeft hij 87 keer drie gegooid.

6p **13** Onderzoek of Jesse op grond van dit steekproefresultaat mag concluderen dat de kans om met deze dobbelsteen drie te gooien kleiner is dan $\frac{1}{6}$. Neem een significantieniveau van 5%.

uitwerkbijlage

10