

Bevolkingsgroei

Deze opgave gaat over een algemeen model voor de bevolkingsgroei waarbij men gebruikmaakt van de **populatiegroei-ratio**. Dit is een maat voor de bevolkingsgroei. De populatiegroei-ratio is als volgt gedefinieerd:

$$r = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right)}{t}$$

Hierin is r de populatiegroei-ratio, $W(0)$ de wereldbevolking in miljoenen op een bepaald tijdstip en $W(t)$ de wereldbevolking in miljoenen t jaar later.

Door verschillende aannames voor de populatiegroei-ratio te doen, komt men tot verschillende voorspellingen voor de grootte van de wereldbevolking.

Op 1 juli 2015 was de wereldbevolking 7383 miljoen en op 1 juli 2020 was dat 7834 miljoen.

Men wil de wereldbevolking op 1 juli 2025 berekenen met behulp van de populatiegroei-ratio uit de periode 2015-2020. Neem aan dat deze ratio in de toekomst gelijk blijft.

- 4p **18** Bereken met behulp van deze aanname de wereldbevolking op 1 juli 2025. Geef je antwoord in gehele miljoenen.

De formule voor de populatiegroei-ratio kan worden herleid tot een formule van de vorm:

$$W(t) = W(0) \cdot e^{0,001 \cdot r \cdot t}$$

- 3p **19** Geef deze herleiding.

Als de populatiegroei-ratio over twee even lange aaneengesloten perioden bekend is, kan de populatiegroei-ratio over de twee perioden samen als volgt worden berekend:

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} \text{ ofwel } r_1 + r_2 = 2r.$$

Hierin is r_1 de populatiegroei-ratio over de eerste periode, r_2 de populatiegroei-ratio over de tweede periode en r de populatiegroei-ratio over de twee perioden samen.

$$\text{Neem } r_1 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right)}{t}, \quad r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(t)}\right)}{t} \text{ en } r = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{2t}.$$

- 4p **20** Toon met behulp van de rekenregels voor logaritmen aan dat $r_1 + r_2 = 2r$.

In het algemeen geldt:

Als r_1, r_2, \dots, r_n de populatiegroei-ratio's over n aaneengesloten even lange perioden zijn, dan is de populatiegroei-ratio r over de totale periode gelijk aan $r = \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_n}{n}$.

In de tabel zijn populatiegroei-ratio's gegeven over periodes van vijf aaneengesloten jaren in de periode 2020-2050. Deze waarden horen bij een bepaalde voorspelling van de wereldbevolking.

tabel

	periode					
	2020-2025	2025-2030	2030-2035	2035-2040	2040-2045	2045-2050
populatie-groei-ratio	12,4	11,8	10,7	10,0	9,8	9,6

Met behulp van de populatiegroei-ratio's uit de tabel en de eerder genoemde formule $W(t) = W(0) \cdot e^{0,001 \cdot r \cdot t}$ kun je berekenen met hoeveel procent de wereldbevolking volgens deze voorspelling groeit in de totale periode 2020-2050.

4p 21 Bereken dit percentage. Geef je antwoord in hele procenten.