

Kopgroep

Vlakke etappes van grote meerdaagse wielervedstrijden, zoals de Tour de France, voltrekken zich vaak volgens hetzelfde patroon. Een groep wielrenners, de vluchters, vertrekt vroeg in de etappe voor een aanval en blijft daarna een aantal uren voor de rest van de wielrenners, het peloton, uit rijden. Deze opgave gaat uitsluitend over vlakke etappes.



3p 1

Op zeker moment in een bepaalde etappe is er een groep vluchters die met een snelheid van 50 km/uur rijdt. De vluchters zijn op dat moment op 25 km van de eindstreep. Het peloton rijdt met een snelheid van 53 km/uur en is op datzelfde moment nog 28 km van de eindstreep. Haalt het peloton de vluchters in voordat zij bij de eindstreep zijn, ervan uitgaand dat zowel de vluchters als het peloton niet harder of langzamer gaan rijden? Licht je antwoord toe.

In het laatste uur van de etappe gaan de wielrenners in het peloton vaak **jagen**: ze gaan dan nog wat harder fietsen om de vluchters in te halen.

De wiskundige Hendrik Van Maldeghem heeft een formule ontwikkeld waarmee voor vlakke etappes berekend kan worden hoeveel kilometer het peloton nodig heeft om een groep vluchters in te halen.

Als de vluchters een constante snelheid hebben van 50 km/uur, ziet de formule er als volgt uit:

$$K = \frac{6 \cdot a \cdot p^2}{3(p - 50) + \sqrt{6 \cdot a \cdot p \cdot c + 9(p - 50)^2}}$$

Hierin is:

- K het aantal kilometers voor de eindstreep waarop het peloton moet beginnen te jagen om de achterstand nog in te lopen;
- a de achterstand van het peloton op het moment dat het jagen moet beginnen, uitgedrukt in uren;
- p de snelheid van het peloton tijdens het jagen in km/uur, met p tussen 50 en 75 km/u;
- c hangt af van het aantal vluchters s :
 - als $s < 10$, dan geldt $c = 10 - s$,
 - als $s \geq 10$, dan geldt $c = 0$.

Bij deze formule wordt ervan uitgegaan dat het peloton tijdens het jagen met dezelfde constante snelheid blijft rijden.

We gaan er in deze opgave steeds van uit dat de vluchters een constante snelheid hebben van 50 km/uur.

Op een gegeven moment heeft een groep van 8 vluchters 10 minuten voorsprong.

De afstand van het peloton tot de aankomst is op dat moment nog 80 km. Het peloton begint op dat moment te jagen.

- 3p 2 Bereken met de formule de minimale snelheid waarmee het peloton moet gaan jagen om de vluchters te kunnen inhalen. Geef je antwoord in een geheel aantal km/uur.

Voor groepen vluchters die uit 10 of meer wielrenners bestaan, en waarvoor de achterstand van het peloton 6 minuten is, is de formule te

herleiden tot $K = \frac{0,1 \cdot p^2}{p - 50}$.

Ook hier nemen we aan dat het peloton altijd rijdt met snelheden tussen 50 en 75 km/uur.

Voor de afgeleide $\frac{dK}{dp}$ geldt: $\frac{dK}{dp} = \frac{0,1 \cdot p \cdot (p - 100)}{(p - 50)^2}$.

- 4p 3 Toon aan dat deze formule van de afgeleide volgt uit de formule van K .

De afstand K , benodigd om de vluchters in te halen, wordt steeds kleiner als de snelheid p van het peloton hoger wordt.

- 3p 4 Toon dit aan met behulp van een schets van de grafiek van $\frac{dK}{dp}$.