

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

Kopgroep

1 maximumscore 3

- De vluchters zijn nog $\frac{25}{50} = 0,5$ (uur) onderweg 1
 - Het peloton is nog $\frac{28}{53} = 0,52\dots$ (uur) onderweg 1
 - Het peloton haalt de vluchters dus niet in 1
- of
- De vluchters zijn nog $\frac{25}{50} = 0,5$ (uur) onderweg 1
 - Het peloton legt (in een half uur) $0,5 \cdot 53 = 26,5$ (km) af 1
 - (Dit is minder dan 28 km, dus) het peloton haalt de vluchters niet in 1

2 maximumscore 3

- De vergelijking $80 = \frac{6 \cdot \frac{10}{60} \cdot p^2}{3(p-50) + \sqrt{6 \cdot \frac{10}{60} \cdot p \cdot 2 + 9(p-50)^2}}$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: ($p = 56,07\dots$ dus) 57 (km/uur) 1

Opmerking

Voor het eindantwoord 56 (km/uur) geen scorepunten in mindering brengen.

3 maximumscore 4

- $\frac{dK}{dp} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot p \cdot (p-50) - 0,1 \cdot p^2 \cdot 1}{(p-50)^2}$
 (of $\frac{dK}{dp} = 2 \cdot 0,1 \cdot p \cdot (p-50)^{-1} + 0,1 \cdot p^2 \cdot -1(p-50)^{-2}$) 2
- $\frac{dK}{dp} = \frac{0,2 \cdot p^2 - 0,2 \cdot 50p - 0,1 \cdot p^2}{(p-50)^2}$ 1
- Dit herleiden tot $\frac{dK}{dp} = \frac{0,1 \cdot p^2 - 10 \cdot p}{(p-50)^2} = \frac{0,1 \cdot p \cdot (p-100)}{(p-50)^2}$ 1

Opmerkingen

- *Als bij het differentiëren de product- of de quotiëntregel niet is gebruikt, mogen voor het eerste antwoordelement geen scorepunten worden toegekend.*
- *Voor het eerste antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.*

| Vraag | Antwoord | Scores |
|----------|--|--------|
| 4 | maximumscore 3 | |
| | • Een schets van $\frac{dK}{dp}$ (met p tussen 50 en 75) | 1 |
| | • De grafiek van $\frac{dK}{dp}$ ligt voor p tussen 50 en 75 onder de p -as, dus K is voor p tussen 50 en 75 een dalende functie | 1 |
| | • De afstand K wordt dus steeds kleiner als p groter wordt | 1 |

Dichtheidshoogte

| | | |
|----------|---|---|
| 5 | maximumscore 3 | |
| | • $L(44\ 000) = 6,6... \cdot 10^{-9}$ | 1 |
| | • $L(45\ 000)$ bestaat niet | 1 |
| | • Het antwoord: (vanaf) 45 (km) | 1 |
| | of | |
| | • De formule is niet meer geldig als $1 - \frac{0,0065h}{288,15} < 0$ | 1 |
| | • Beschrijven hoe de vergelijking $1 - \frac{0,0065h}{288,15} = 0$ kan worden opgelost | 1 |
| | • Het antwoord: $h = 44\ 330,7... \text{ (m)}$, dus het antwoord: (vanaf) 45 (km) | 1 |
| 6 | maximumscore 3 | |
| | • Beschrijven hoe de vergelijking $15 - 0,0065h = -56,5$ kan worden opgelost | 1 |
| | • De oplossing: $h = 11\ 000$ | 1 |
| | • $L = (1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065 \cdot 11\ 000}{288,15}\right)^{5,2561}) \Rightarrow 226,3 \text{ (hPa)}$ | 1 |

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

7 maximumscore 5

- $L' = 5,2561 \cdot 1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)^{4,2561} \cdot -\frac{0,0065}{288,15}$
(of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Als h toeneemt, neemt $\left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)$ af 1
- (L' is steeds negatief en) als $\left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)$ afneemt, wordt L' steeds minder negatief 1
- L is dus afnemend dalend 1

Opmerkingen

- Als bij het differentiëren de kettingregel niet is gebruikt, mogen voor het eerste antwoordelement geen scorepunten worden toegekend.
- Voor het eerste antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

8 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de vergelijking $1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065h}{288,15}\right)^{5,2561} = 990$ kan worden opgelost 1
- De oplossing: $h = 195,3\dots$ 1
- Bij $h_p = 195,3\dots$ hoort $T_p = 15 - 0,0065 \cdot 195,3\dots (= 13,7\dots)$ 1
- $D = 195,3\dots + 36,576 \cdot (21,4 - 13,7\dots) = 475,8\dots$, dus het antwoord is 476 (m) 1

9 maximumscore 3

- $T_p = 15 - 0,0065 \cdot (8,23 \cdot (1013,25 - M))$ 1
- $a = (-0,0065 \cdot 8,23 \cdot -1) = 0,053$ 1
- $b = (15 - 0,0065 \cdot 8,23 \cdot 1013,25) = -39,204$ 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

Beweging

10 maximumscore 4

- De evenwichtsstand is $a = -\frac{5,70}{2} = -2,85$ 1
 - De amplitude is $b = \frac{1,90}{2} = 0,95$ en de periode blijft gelijk, dus
 $c = (\frac{\pi}{22} =) 0,14$ 1
 - Uit $c = \frac{\pi}{22}$ volgt dat de periode 44 is 1
 - De grafiek gaat bij $x = \frac{1}{4} \cdot 44$ stijgend door de evenwichtsstand dus
 $d = 11$ 1
- of
- De evenwichtsstand is $a = -\frac{5,70}{2} = -2,85$ 1
 - De amplitude is $\frac{1,90}{2} = 0,95$ en de periode blijft gelijk, dus
 $c = (\frac{\pi}{22} =) 0,14$ 1
 - Wegens symmetrie: de grafiek gaat dalend door de evenwichtsstand bij
 $x = 33$ 1
 - Dus $b = -0,95$ en $d = 33$ 1

11 maximumscore 5

- Een formule die hoort bij de binnenrand van de linker balk in de figuur
is $y = 1,90 + 1,90 \sin\left(\frac{\pi}{22}(x - 33)\right)$ 1
- De werkelijke evenwichtsstand en amplitude zijn $1,90 \cdot 80 = 152$ mm, dit
is 15,2 cm 1
- Een x-coördinaat van het beginpunt wordt $\frac{33 \cdot 80}{10} = 264$ cm 1
- De periode wordt $\frac{44 \cdot 80}{10} = 352$ cm, dit geeft $c = \frac{2\pi}{352} (= \frac{\pi}{176})$ 1
- Een formule is $y = 15,2 + 15,2 \sin\left(\frac{\pi}{176}(x - 264)\right)$ 1

Opmerkingen

- Als het omrekenen van mm naar cm vergeten is, hiervoor in totaal
1 scorepunt in mindering brengen.
- Als de waarde van c wordt gegeven als decimaal getal, hiervoor geen
scorepunten in mindering brengen.

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-----------|--|--------|
| 12 | maximumscore 3 | |
| | • De vergelijking $45 = 38,0 + 23,5 \sin(0,0172(t - 80))$ moet worden opgelost | 1 |
| | • Oplossen van deze vergelijking geeft ($t = 97,5\dots$ en) $t = 245,0\dots$ | 1 |
| | • De tweede dag (bij $t = 245,0\dots$) is: 3 september | 1 |

Kaartenhuis

| | | |
|-----------|--|---|
| 13 | maximumscore 2 | |
| | • Het aantal staande kaarten in de n -de laag is $2n$ | 1 |
| | • Het aantal liggende kaarten in de n -de laag is $n - 1$, dus $K(n) = 2n + n - 1 = 3n - 1$ | 1 |
| | of | |
| | • Het aantal liggende kaarten in de n -de laag is $n - 1$ | 1 |
| | • Het aantal staande kaarten in de n -de laag is $2n$, dus $K(n) = 2n + n - 1 = 3n - 1$ | 1 |
| 14 | maximumscore 4 | |
| | • $T(n - 1) = \frac{3}{2}(n - 1)^2 + \frac{1}{2}(n - 1)$ | 1 |
| | • Dit geeft $T(n - 1) = \frac{3}{2}(n^2 - 2n + 1) + \frac{1}{2}(n - 1)$ | 1 |
| | • Dus $T(n - 1) = \frac{3}{2}n^2 - 2\frac{1}{2}n + 1$ | 1 |
| | • Hieruit volgt $T(n) - T(n - 1) = \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - (\frac{3}{2}n^2 - 2\frac{1}{2}n + 1) = 3n - 1 (= K(n))$ | 1 |
| 15 | maximumscore 3 | |
| | • $K(n) = 54$ geeft $n = 18,3\dots$, dus het aantal lagen is 18 | 1 |
| | • Er geldt $T(18) = 495$ | 1 |
| | • $\frac{495}{54} = 9,1\dots$, dus 10 pakjes speelkaarten | 1 |

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

16 maximumscore 4

- $T(2) = 7$, $T(10) = 155$ en $T(11) = 187$ 2
 - $(3 \cdot 54 = 162)$, dus het eerste kaartenhuis heeft 10 lagen en er blijven $(162 - 155 =) 7$ kaarten over voor het tweede kaartenhuis 1
 - Daarmee kan precies een tweede kaartenhuis van 2 lagen worden gebouwd 1
- of
- $(3 \cdot 54 = 162)$, dus de vergelijking $T(n) = 162$ moet worden opgelost 1
 - Beschrijven hoe de oplossing $n = 10, 2 \dots$ kan worden gevonden 1
 - Het eerste kaartenhuis heeft 10 lagen en er blijven $(162 - 155 =) 7$ kaarten over voor het tweede kaartenhuis 1
 - $T(2) = 7$, dus er kan precies een tweede kaartenhuis van 2 lagen worden gebouwd 1

Opmerking

Voor het eerste antwoordelement in het eerste antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

17 maximumscore 3

- $(n + \frac{1}{6})^2 = \frac{T + \frac{1}{24}}{\frac{3}{2}}$ (of $(n + 0,166\dots)^2 = \frac{T + 0,0416\dots}{1,5}$) 1
- Dit geeft $n + \frac{1}{6} = \sqrt{\frac{T + \frac{1}{24}}{\frac{3}{2}}}$ (of $n + 0,166\dots = \sqrt{\frac{T + 0,0416\dots}{1,5}}$) 1
- Het antwoord: $n = \sqrt{0,67T + 0,03} - 0,17$ 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

Bevolkingsgroei

18 maximumscore 4

- $r = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{7834}{7383}\right)}{5} = 11,858\dots$ 1

- De vergelijking $1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(10)}{7383}\right)}{10} = 11,858\dots$ moet worden opgelost 1

- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1

- Het antwoord: 8313 (miljoen) 1

of

- Omdat r gelijk blijft, geldt $1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{7834}{7383}\right)}{5} = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(10)}{7383}\right)}{5}$ 1

- Dit geeft $\frac{7834}{7383} = \frac{W(10)}{7383}$ 1

- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1

- Het antwoord: 8313 (miljoen) 1

19 maximumscore 3

- $r = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right)}{t}$ geeft $\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right) = \frac{r \cdot t}{1000}$ 1

- Dit geeft $\frac{W(t)}{W(0)} = e^{\frac{r \cdot t}{1000}}$ 1

- Hieruit volgt $W(t) = W(0) \cdot e^{\frac{r \cdot t}{1000}}$ (en dit geeft $W(t) = W(0) \cdot e^{0,001 \cdot r \cdot t}$) 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

20 maximumscore 4

- De formule van $r_1 + r_2$ als één breuk schrijven:

$$r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right) + \ln\left(\frac{W(2t)}{W(t)}\right)}{t} \quad 1$$

- Dit herleiden tot $1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)} \cdot \frac{W(2t)}{W(t)}\right)}{t}$ 1

- Dit vereenvoudigen tot $1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{t}$ 1

- Dus $r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{t} = 2 \cdot 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{2t} = 2r$ 1

of

- De formule van $r_1 + r_2$ als één breuk schrijven:

$$r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(t)}{W(0)}\right) + \ln\left(\frac{W(2t)}{W(t)}\right)}{t} \quad 1$$

- Dit herleiden tot $1000 \cdot \frac{\ln(W(t)) - \ln(W(0)) + \ln(W(2t)) - \ln(W(t))}{t}$ 1

- Dit vereenvoudigen tot $1000 \cdot \frac{\ln(W(2t)) - \ln(W(0))}{t}$ 1

- Dus $r_1 + r_2 = 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{t} = 2 \cdot 1000 \cdot \frac{\ln\left(\frac{W(2t)}{W(0)}\right)}{2t} = 2r$ 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-----------|---|--------|
| 21 | maximumscore 4 | |
| | <ul style="list-style-type: none"> De populatiegroei-ratio voor de periode 2020-2050 is $\frac{12,4+11,8+10,7+10,0+9,8+9,6}{6} = 10,716\dots$ | 1 |
| | <ul style="list-style-type: none"> De factor $e^{0,001 \cdot 10,716\dots \cdot 30}$ | 1 |
| | <ul style="list-style-type: none"> $e^{0,001 \cdot 10,716\dots \cdot 30} = 1,379\dots$ | 1 |
| | <ul style="list-style-type: none"> Het antwoord: 38(%) | 1 |
| | of | |
| | <ul style="list-style-type: none"> De populatiegroei-ratio voor de periode 2020-2050 is $\frac{12,4+11,8+10,7+10,0+9,8+9,6}{6} = 10,716\dots$ | 1 |
| | <ul style="list-style-type: none"> $W(30) = 7834 \cdot e^{0,001 \cdot 10,716\dots \cdot 30} (= 10\,804,6\dots)$ | 1 |
| | <ul style="list-style-type: none"> $\frac{10\,804,6\dots}{7834} = 1,379\dots$ | 1 |
| | <ul style="list-style-type: none"> Het antwoord: 38(%) | 1 |

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

Einduitslag van de Volvo Ocean Race

22 maximumscore 6

- Het inzicht dat een team nog maximaal 8 punten voor de etappe kan halen en dat er 0 punten gehaald worden als het team niet finisht 1
- Het inzicht dat team A vierde wordt in de einduitslag 1
- In de top 3 zijn er ($3! =$) 6 mogelijkheden (omdat alle opties nog open liggen) 1
- Het inzicht dat team *T* niet meer over team *V* heen kan en dat team *S* dat wel kan (als team *S* 8 punten voor de laatste etappe pakt en team *V* 0 punten, dan kan team *S* boven team *V* eindigen op basis van de havenraces, omdat er nog maximaal 14 punten voor de havenraces te verdienen zijn) 1
- Er zijn voor de onderste drie teams 3 mogelijke volgordes (omdat team *T* achter team *V* eindigt) 1
- In totaal zijn er dus ($6 \cdot 1 \cdot 3 =$) 18 mogelijkheden 1

of

- Het inzicht dat een team nog maximaal 8 punten voor de etappe kan halen en dat er 0 punten gehaald worden als het team niet finisht 1
- Voor de eerste plaats zijn er nog 3 mogelijkheden, voor de tweede plaats zijn er nog 2 mogelijkheden 1
- Daarna liggen de derde en vierde plaats vast 1
- Als team *V* vijfde wordt, zijn er twee mogelijkheden voor de zesde plaats (en ligt de zevende plaats vast) 1
- Als team *S* vijfde wordt, wordt team *V* zesde (en ligt ook de zevende plaats vast) 1
- In totaal zijn er dus ($3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1) =$) 18 mogelijkheden 1

Compensatiescore

23 maximumscore 20

Volgens vakspecifieke regel 4c bedraagt de aftrek voor fouten zoals bedoeld onder 4a en/of fouten bij het afronden van het eindantwoord voor het hele examen maximaal 2 scorepunten.

Indien u bij een kandidaat voor deze fouten in het hele examen meer dan 2 scorepunten in mindering heeft gebracht, kent u hier een compensatiescore toe.

- Als u meer dan 2 scorepunten in mindering heeft gebracht, kent u het aantal in mindering gebrachte scorepunten dat meer is dan 2 toe.

Voorbeeld:

U heeft voor deze fouten in het hele examen 5 scorepunten in mindering gebracht. Ken dan bij deze component een compensatiescore van 3 toe.

- Als u 2 of minder scorepunten in mindering heeft gebracht, kent u een compensatiescore van 0 toe.

Bronvermeldingen

Kopgroep

foto bron: Ger Limpens

Beweging

foto bron:
[https://nl.wikipedia.org/wiki/lijst_van_beelden_in_Noordwest_en_Overvecht_\(Utrecht\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/lijst_van_beelden_in_Noordwest_en_Overvecht_(Utrecht))

Kaartenhuis

foto bron: onurdongel/iStock