## 4 Euroverspreiding

15. De eerste maand, februari, is de munt in Nederland. De vierde maand, mei, is de munt ook in Nederland. De tweede maand en de derde maand kan de munt ofwel in Nederland ofwel in het buitenland zijn. Er zijn dan vier mogelijkheden (Als de munt in Nederland is noem ik dat $N$, als de munt in het buitenland is noem ik dat $B$): $NNNN$, $NBNN$, $NNBN$ en $NBBN$. Bij deze mogelijkheden kun je de kans uitrekenen. Bij de eerste mogelijkheid is deze kans de kans dat de munt 3 keer in Nederland blijft. Deze kans is dus $0.97^3 \approx 0.9127$. Bij de tweede mogelijkheid is deze kans de kans dat de munt naar het buitenland gaat, vervolgens gelijk terugkomt, en de laatste keer in Nederland blijft. Deze kans is $0.03 \cdot 0.0015 \cdot 0.97 \approx 0.0000437$. Bij de derde mogelijkheid is deze kans de kans dat de munt de eerste keer in Nederland blijft, dan naar het buitenland gaat, en dan weer terugkomt. Deze kans is $0.97 \cdot 0.03 \cdot 0.0015 \approx 0.0000437$. De laatste mogelijkheid is dat de munt de eerste keer naar het buitenland gaat, dan daar een maand blijft, en dan terugkomt. Deze kans is $0.03 \cdot 0.9985 \cdot 0.0015 \approx 0.0000449$. Als je de kansen van al deze mogelijkheden optelt krijg je de kans dat een munt die de eerste maand in Nederland is de vierde maand weer in Nederland is. De uitkomst van deze optelling is 0.9128.

16. Als het model stabiliseert betekent dat dat $N_t = N_{t-1}$ en $B_t = B_{t-1}$. Dan wordt de bovenste van de twee vergelijkingen dit:

$$N_t = 0.97N_t + 0.0015B_t$$

Ook weet je dat het totale aantal munten gelijk is aan 2.8 miljard. Oftewel:

$$N_t + B_t = 2.8$$

Nu vul je in de voorlaatste formule in dat $B_t = 2.8 - N_t$. Je krijgt dan:

$$\begin{aligned} N_t &= 0.97N_t + 0.0015 \cdot (2.8 - N_t) \\ 0.03N_t &= 0.0042 - 0.0015N_t \\ 0.0315N_t &= 0.0042 \\ N_t &\approx 0.133 \end{aligned}$$

Nu kun je $B_t$ uitrekenen:

$$\begin{aligned} B_t &= 2.8 - N_t \\ B_t &\approx 2.8 - 0.133 \\ B_t &\approx 2.667 \end{aligned}$$

Er zijn dus op het moment dat het model gestabiliseerd is 0.133 miljard munten in Nederland, en 2.667 miljard munten in het buitenland.

17. Eerst een aantal benamingen: $p$ is de kans dat een munt Duits is. $H_0 : p = 0.233$. Volgens de nulhypothese is de kans dat een munt Duits is precies hetzelfde als in de rest van Nederland. $H_1 : P > 0.233$. Volgens de alternatieve hypothese is de kans dat

een munt Duits is groter dan in de rest van Nederland. Verder is er nog $X$. Dit is het aantal Duitse muntstukken dat in de grensstreek wordt gevonden. Nu wil je de kans berekenen dat er als de nulhypothese klopt 138 of meer van de 512 munten Duits zijn.

$$P(X \geq 138) = 1 - P(X \leq 137)$$

Je hebt een binomiaal kansexperiment dat 512 keer wordt uitgevoerd. De succeskans per keer is 0.233. Je wil weten wat de kans is op 137 keer of minder succes. Op de Ti-84 plus doe je dat zo:

$$\begin{aligned}
&P(X \leq 137) = \text{binomcdf}(512, 0.233, 137)\\
&P(X \leq 137) \approx 0.970\\
&P(X \geq 138) \approx 1 - 0.970\\
&P(X \geq 138) \approx 0.030
\end{aligned}$$

Het significantieniveau is 5% oftewel 0.05. De kans op dit resultaat is dus kleiner dan het significantieniveau. Dit betekent dat er reden is om te vermoeden dat de kans dat een munt Duits is in de grensstreek niet gelijk is aan 0.233, maar dat deze kans groter is.