

1 Emissierechten

- Hier moet je gewoon uitrekenen wat beide mogelijkheden kosten. Je begint met mogelijkheid 1: In dat geval moet het bedrijf 5000 emissierechten kopen, en elk emissierecht kost 10 euro. De totale kosten voor mogelijkheid 1 zijn dus $5000 \cdot 10 = 50000$ euro. Nu reken je de kosten van mogelijkheid 2 uit. In dat geval moet het bedrijf 60000 euro uitgeven om de uitstoot te verminderen. Maar, het bedrijf heeft ook extra inkomsten. Het bedrijf kan namelijk 5000 emissierechten verkopen. Elk emissierecht kost nog steeds 10 euro, dus deze verkoop levert het bedrijf $5000 \cdot 10 = 50000$ euro op. Het bedrijf geeft dus 60000 euro uit en krijgt 50000 euro. Netto geeft het bedrijf dus $60000 - 50000 = 10000$ euro uit. Nu kun je de twee mogelijkheden vergelijken. Mogelijkheid 1 kost het bedrijf 50000 euro, mogelijkheid 2 kost het bedrijf 10000 euro. Mogelijkheid 2 is dus het voordeligst.
- Ik noem de prijs in euro's van een emissierecht p . Kijk eerst naar mogelijkheid 1. Het bedrijf moet dan 5000 emissierechten kopen. Dat kost in totaal $5000 \cdot p$. Bij mogelijkheid 2 moet het bedrijf altijd 60000 euro betalen. Dit bedrag hangt niet af van de prijs van een emissierecht. Bij mogelijkheid 2 verkoopt het bedrijf 5000 emissierechten. Dit levert het bedrijf $5000 \cdot p$ op. De totale kosten van mogelijkheid 2 zijn dus $60000 - 5000 \cdot p$. Nu wil je weten voor welke p geldt dat beide mogelijkheden precies evenveel kosten. Je wil dus weten wanneer $5000 \cdot p$ gelijk is aan $60000 - 5000 \cdot p$:

$$\begin{aligned} 5000 \cdot p &= 60000 - 5000 \cdot p \\ 10000 \cdot p &= 60000 \\ p &= 6 \end{aligned}$$

Als de prijs van een emissierecht precies 6 euro is zijn beide mogelijkheden dus precies even duur, en maakt het dus niet uit welke mogelijkheid wordt gekozen.

- Begin eerst maar met het differentiëren van $K(x)$. Denk daarbij aan de quotiëntregel:

$$\begin{aligned} K(x) &= \frac{540x}{100000 - x} \\ K'(x) &= \frac{(100000 - x) \cdot 540 - 540x \cdot (-1)}{(100000 - x)^2} \\ K'(x) &= \frac{54000000 - 540x + 540x}{(100000 - x)^2} \\ K'(x) &= \frac{54000000}{(100000 - x)^2} \end{aligned}$$

De teller kan nooit negatief worden, en de noemer ook niet, aangezien een kwadraat altijd positief is. Voor elke x is de afgeleide dus groter dan 0, dus K is altijd stijgend. Dit betekent dat als de uitstootvermindering stijgt, de kosten ook stijgen.

- Kijk eens naar de volgende formule:

$$W = 0.001 \cdot p \cdot (x - 5000) - \frac{540x}{100000 - x}$$

Je wil kijken voor welke x de waarde van W onafhankelijk is van p . Je moet dus een zodanige x kiezen dat p verdwijnt uit de formule. Je ziet dat als $x = 5000$ de formule dit wordt:

$$\begin{aligned}W &= 0.001 \cdot p \cdot (5000 - 5000) - \frac{540 \cdot 5000}{100000 - 5000} \\W &= 0.001 \cdot p \cdot 0 - \frac{2700000}{95000} \\W &\approx 28.421\end{aligned}$$

Je ziet dat bij deze x de p uit de formule verdwijnt. Er staat in de opgave dat er maar een zo'n punt is, dus nu je deze hebt gevonden hoeft je geen zorgen te maken over andere punten, want die zijn er niet. Het gevraagde punt is dus $x = 5000$. Het verlies dat daarbij hoort is $W(5000) \approx 28.421$. Aangezien W in duizenden euro's gaat is het verlies dus 28421 euro.

5. Als $x = 18000$ dan wordt W :

$$\begin{aligned}W &= 0.001 \cdot p \cdot (18000 - 5000) - \frac{540 \cdot 18000}{100000 - 18000} \\W &= 0.001 \cdot p \cdot 13000 - \frac{9720000}{82000} \\W &\approx 13 \cdot p - 118.54\end{aligned}$$

Nu wil je weten voor welke p de winst kleiner dan 0 is:

$$\begin{aligned}W &< 0 \\13 \cdot p - 118.54 &< 0 \\13 \cdot p &< 118.54 \\p &< 9.12\end{aligned}$$

Als de prijs van een emissierecht minder dan 9.12 euro is maakt het bedrijf dus verlies.