3 Bingo

10. In een kolom van 5 getallen, waarin gekozen is uit een totaal aantal van 15 getallen, kun je het aantal mogelijkheden berekenen waarop je een kolom kunt samenstellen. Voor het eerste getal kun je kiezen uit 15 getallen, voor het tweede uit 14 getallen, omdat je geen getal twee keer mag kiezen, voor het derde uit 13 getallen, enzovoort. Je hebt dus $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 = 360360$ mogelijkheden om dit te doen. Bij een kolom van 4 getallen, waarbij je ook mag kiezen uit 15 getallen, kun je op dezelfde manier redeneren. Bij zo'n kolom heb je $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 = 32760$ mogelijkheden. Een bingokaart bevat 4 kolommen van 5 getallen waarbij je kunt kiezen uit 15 getallen, en 1 kolom van 4 getallen waarbij je kunt kiezen uit 15 getallen. Het totaal aantal mogelijkheden wordt dan $360360^4 \cdot 32760 \approx 5.5 \cdot 10^{26}$.

11. Deze opgave lijkt op de vorige, met één verschil. Bij de vorige opgave maakte het uit in welke volgorde de getallen werden gekozen, hier maakt dat niet uit. In een kolom van 5 getallen moet je 5 getallen kiezen uit 15 getallen. Dat kan op $\binom{15}{5} = 3003$ manieren. In een kolom van 4 getallen moet je 4 getallen kiezen uit 15 getallen. Dat kan op $\binom{15}{4} = 1365$ manieren. Er zijn weer 4 kolommen van 5 getallen, en 1 kolom van 4, dus er zijn in totaal $3003^4 \cdot 1365 \approx 1.1 \cdot 10^{17}$ manieren, en er zijn dus ongeveer $1.1 \cdot 10^{17}$ kaarten mogelijk die wezenlijk van elkaar verschillen.

12. De kans dat een kaart niet vol is na 65 trekkingen is $1 - 0.0154 = 0.9846$. De kans dat alle 100 kaarten niet vol zijn na 65 trekkingen is dan $0.9846^{100} \approx 0.2118$. Dit is dus de kans dat er geen prijs wordt uitgekeerd.

13. Je wilt uitrekenen voor welke n de verwachtingswaarde 59 of minder is. Een formule voor de verwachtingswaarde is $24 + \frac{50}{n^{0.0524}}$. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$\begin{aligned} 24 + \frac{50}{n^{0.0524}} &= 59 \\ \frac{50}{n^{0.0524}} &= 35 \\ n^{0.0524} &= \frac{50}{35} \\ n &= \sqrt[0.0524]{\frac{50}{35}} \\ n &\approx 903.95 \end{aligned}$$

Hoe meer kaarten, hoe kleiner de verwachtingswaarde, dus als n minstens 904 is, is de verwachtingswaarde 59 of kleiner.