

## Tandpasta

Drogisterijketen Haarsma verkoopt 'Hagelwit' tandpasta. Aan het eind van elke maand koopt Haarsma deze tandpasta in bij de groothandel. Haarsma moet daarvoor elke maand een schatting maken van het aantal tubes dat hij de volgende maand zal verkopen.

In de bedrijfskunde worden verschillende methoden gebruikt om zo'n schatting te maken. Een van die methoden komt in deze opgave aan de orde.

In zeker jaar heeft Haarsma in januari 5200 tubes verkocht en in februari 4000. Een eenvoudig model om de verkoop voor de komende maanden te schatten is het volgende: neem het gemiddelde van de verkoop in de twee voorafgaande maanden. In een formule:

$$V_{n+2} = \frac{1}{2}V_{n+1} + \frac{1}{2}V_n, \text{ met } V_1 = 5200 \text{ en } V_2 = 4000$$

Hierbij is  $V_n$  het aantal verkochte tubes tandpasta in maand  $n$ , waarbij  $n = 1$  overeenkomt met januari.

Volgens dit model verwacht Haarsma in maart 4600 tubes te verkopen.

Als we aannemen dat de schatting steeds de werkelijke verkoop in die maand is, kunnen we met dit model ook de verkoop van de volgende maanden uitrekenen. Dat betekent hier dat er in maart inderdaad 4600 tubes tandpasta verkocht worden. En met de getallen 4000 van februari en 4600 van maart kun je met de formule weer de verkoop van april berekenen, enzovoort.

- 3p **6** Bereken het aantal tubes tandpasta dat volgens dit model in juni wordt verkocht.

Soms besluit men de laatste maand zwaarder te laten meetellen dan de voorlaatste maand. Bij de schatting voor de maand maart telt men bijvoorbeeld februari voor 60% mee en januari voor 40%. De formule wordt dan:

$$V_{n+2} = 0,6V_{n+1} + 0,4V_n, \text{ met } V_1 = 5200 \text{ en } V_2 = 4000$$

Als met dit model een groot aantal maanden wordt doorgerekend, komen de waarden van  $V$  steeds dichterbij de evenwichtswaarde 4343 te liggen. Dat betekent dat na een aantal maanden de schattingen minder dan 1% van 4343 zullen afwijken.

- 4p **7** Bereken in welke maand de schatting voor het eerst minder dan 1% van 4343 afwijkt.

Een algemene vorm van het model ziet er als volgt uit:

$$V_{n+2} = a \cdot V_{n+1} + (1-a) \cdot V_n, \text{ met } V_1 = 5200 \text{ en } V_2 = 4000$$

Hierbij is  $a$  een getal tussen 0 en 1.

Wanneer we  $a = \frac{1}{2}$  kiezen, krijgen we het model uit het begin van deze opgave.

Als  $a = 0,6$  hebben we het model van de vorige vraag.

De schatting van de verkoop voor de maanden na februari hangt nu af van de waarde van  $a$ . Zo kunnen we bijvoorbeeld  $V_4$ , de schatting voor april, uitdrukken in  $a$ . Dat levert de volgende formule op:

$$V_4 = -1200a^2 + 1200a + 4000$$

- 4p **8** Laat zien hoe deze formule uit de gegevens kan worden afgeleid.
- 4p **9** Bereken voor welke waarden van  $a$  de schatting voor april groter is dan 4260.
- Als we  $a = 1$  invullen in de formule van  $V_4$ , levert dat als uitkomst  $V_4 = 4000$ .
- 3p **10** Toon aan dat dit aantal van 4000 ook uit de recursieve formule volgt.