

Kangoeroe

Veel middelbare scholen doen jaarlijks mee aan de Europese Kangoeroe reken- en wiskundewedstrijd. Deze wedstrijd dankt zijn naam aan zijn Australische oorsprong.



Tijdens de wedstrijd krijgen de leerlingen 30 vragen voorgelegd. Bij elke vraag worden 5 mogelijke antwoorden gegeven, waarvan er precies één goed is. Elke goed beantwoorde vraag levert punten op, maar een fout antwoord levert strafpunten op. Het aantal punten en strafpunten hangt af van het nummer van de vraag; de vragen zijn daarbij in 3 groepen verdeeld.

- de vragen 1 tot en met 10 leveren 3 punten per goed antwoord op en $\frac{3}{4}$ strafpunt per fout antwoord;
- de vragen 11 tot en met 20 leveren 4 punten per goed antwoord op en 1 strafpunt per fout antwoord;
- de vragen 21 tot en met 30 leveren 5 punten per goed antwoord op en $1\frac{1}{4}$ strafpunt per fout antwoord.

Per vraag mag je slechts één antwoord kiezen. Als je geen antwoord invult, krijg je geen punten, maar ook geen strafpunten voor die vraag.

Wieke vraagt zich af of het niet beter is om een vraag waarvan je het antwoord niet weet, onbeantwoord te laten. Je kunt dan weliswaar geen punten verdienen, maar je krijgt in elk geval ook geen strafpunten.

Wieke berekent dat bij gokken de verwachtingswaarde van het aantal punten bij de vragen 1 tot en met 10 gelijk is aan 0. Het maakt dus bij deze vragen niet uit of je gokt of geen antwoord invult.

- 4p **5** Onderzoek hoe dat zit bij de andere vragen door de verwachtingswaarde van het aantal punten bij gokken te berekenen bij een van de vragen 11 tot en met 20 en bij een van de vragen 21 tot en met 30.

Naast de genoemde punten en strafpunten krijgt elke deelnemende leerling 30 punten om mee te beginnen. Wanneer je hier de behaalde punten bij optelt en de strafpunten er van aftrekt, krijg je de **eindscore**.

We gaan onderzoeken wat er kan gebeuren met de eindscore van een leerling die bij elke vraag willekeurig een antwoord invult en geen vragen open laat. In de tabel op de uitwerkbijlage staan de kansen op verschillende eindscores. Daarnaast staan ook de cumulatieve kansen. De kans dat een leerling die alle antwoorden gokt een eindscore van bijvoorbeeld 40 punten haalt, is gelijk aan 0,02744. De kans op een eindscore van 40 punten of minder is 0,82869.

In de tabel kun je zien dat een eindscore van 0 punten wel mogelijk is, maar een eindscore van 1,25 of 2,5 punten niet.

4p **6** Leg uit waarom een eindscore van 1,25 of 2,5 punten niet mogelijk is.

Bij de vragen 1 tot en met 10 krijg je bij elke vraag 3 punten bij een goed antwoord en $\frac{3}{4}$ strafpunt bij een fout antwoord. We weten dat de kans op een goed antwoord gelijk is aan $\frac{1}{5}$ voor een leerling die het antwoord gokt. Met behulp hiervan kan voor elk van de vragen 1 tot en met 10 de standaardafwijking van de score worden berekend.

4p **7** Bereken deze standaardafwijking.

Door een dergelijke berekening uit te voeren voor alle vragen, heeft men de standaardafwijking van de eindscore berekend. Deze is 11,18. De gemiddelde eindscore voor een leerling die alle antwoorden gokt, is 30 punten.

We kunnen de kansverdeling van de eindscores benaderen met een normale verdeling met gemiddelde 30 en standaardafwijking 11,18.

De werkelijke kansverdeling staat in de tabel op de uitwerkbijlage. We kunnen controleren of deze normale verdeling een goede benadering is van de werkelijkheid. We kijken bijvoorbeeld naar de kans om een eindscore van hoogstens 15 punten te behalen. Om deze kans met de normale verdeling te benaderen, moeten we goed kijken naar de grenswaarden en bij het gebruik van de continuïteitscorrectie rekening houden met de mogelijke waarden van de eindscores.

5p **8** Bereken het verschil tussen de normale benadering en de werkelijke kans bij het halen van een eindscore van hoogstens 15 punten.

uitwerkbijlage

6 en 8

score	kans	cum. kans	score	kans	cum. kans
0	0,00124	0,00124	41,25	0,02493	0,85363
1,25	0	0,00124	42,5	0,02206	0,87568
2,5	0	0,00124	43,75	0,01933	0,89501
3,75	0,00309	0,00433	45	0,01706	0,91207
5	0,00309	0,00743	46,25	0,01494	0,92701
6,25	0,00309	0,01052	47,5	0,01280	0,93981
7,5	0,00348	0,01400	48,75	0,01084	0,95065
8,75	0,00774	0,02174	50	0,00919	0,95984
10	0,01122	0,03296	51,25	0,00777	0,96761
11,25	0,01006	0,04302	52,5	0,00645	0,97406
12,5	0,01219	0,05520	53,75	0,00529	0,97935
13,75	0,01741	0,07261	55	0,00433	0,98368
15	0,02268	0,09529	56,25	0,00353	0,98721
16,25	0,02321	0,11850	57,5	0,00284	0,99005
17,5	0,02430	0,14280	58,75	0,00226	0,99231
18,75	0,03019	0,17299	60	0,00179	0,99409
20	0,03511	0,20810	61,25	0,00141	0,99550
21,25	0,03663	0,24473	62,5	0,00110	0,99660
22,5	0,03669	0,28142	63,75	0,00085	0,99745
23,75	0,04011	0,32154	65	0,00065	0,99810
25	0,04393	0,36546	66,25	0,00050	0,99859
26,25	0,04426	0,40972	67,5	0,00037	0,99897
27,5	0,04323	0,45294	68,75	0,00028	0,99925
28,75	0,04349	0,49643	70	0,00021	0,99945
30	0,04465	0,54108	71,25	0,00015	0,99961
31,25	0,04363	0,58471	72,5	0,00011	0,99972
32,5	0,04111	0,62582	73,75	0,00008	0,99980
33,75	0,03923	0,66505	75	0,00006	0,99986
35	0,03793	0,70298	76,25	0,00004	0,99990
36,25	0,03583	0,73881	77,5	0,00003	0,99993
37,5	0,03266	0,77147	78,75	0,00002	0,99995
38,75	0,02979	0,80125	80	0,00001	0,99997
40	0,02744	0,82869